

VỀ BIÊN KHUNG TỐT NHẤT TRONG KHÔNG GIAN HILBERT

ON THE OPTIMAL FRAME BOUNDS IN A HILBERT SPACE

Tác giả: Tăng Tấn Đông

HVCH Toán giải tích K34, Trường Đại học Sư phạm – Đại học Đà Nẵng;
tangtandong@gmail.com

Tóm tắt:

Một dãy các vectơ $\mathcal{F} = \{f_k\}_{k=1}^{\infty}$ trong không gian Hilbert \mathcal{H} được gọi là *khung* của không gian này nếu tồn tại các hằng số A và B , $0 < A \leq B < \infty$ sao cho

$A \|f\|^2 \leq \sum_{k=1}^{\infty} |\langle f, f_k \rangle|^2 \leq B \|f\|^2 \quad \forall f \in \mathcal{H}$. Các hằng số $A, B > 0$ trên tương ứng được gọi là *biên khung dưới* và *biên khung trên*. Ta gọi *biên khung dưới tốt nhất* là supremum của tất cả các biên khung dưới, còn *biên khung trên tốt nhất* là infimum của tất cả các biên khung trên. Các biên khung tốt nhất này có ý nghĩa rất quan trọng. Trong bài báo này, tác giả xây dựng công thức tổng quát cho các biên khung dưới và trên tốt nhất này và đưa ví dụ áp dụng.

Từ khóa: Khung trong không gian Hilbert; Khung; Biên khung; Không gian Hilbert; Biên khung tốt nhất.

Abstract:

A sequence $\mathcal{F} = \{f_k\}_{k=1}^{\infty}$ of elements in Hilbert space \mathcal{H} is a frame for \mathcal{H} if there exist constants A and B , $0 < A \leq B < \infty$ so that

$A \|f\|^2 \leq \sum_{k=1}^{\infty} |\langle f, f_k \rangle|^2 \leq B \|f\|^2 \quad \forall f \in \mathcal{H}$. The numbers $A, B > 0$ are called *lower frame bound* and *upper frame bound*. The *optimal lower frame bounds* are in the supremum over all lower frame bounds, and the *optimal upper frame bounds* are in the infimum over all upper frame bounds. Evidently frame bounds optimal have very important meaning. In this article, we construct formulae of the optimal bounds for a frame in a Hilbert space and give an example to apply these formulae.

Key words: Frame in a Hilbert space; Frame; Frame bound; Hilbert space; Optimal frame bounds.