

**BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  
**ĐẠI HỌC ĐÀ NẴNG**

**HOÀNG THỊ MINH NGỌC**

**ỨNG DỤNG PHƯƠNG PHÁP**  
**BÌNH PHƯƠNG TỐI THIỂU TÁI TẠO**  
**ĐƯỜNG VÀ MẶT CONG THAM SỐ 3D**

**Chuyên ngành: Khoa học máy tính**

**Mã số: 60.48.01**

**TÓM TẮT LUẬN VĂN THẠC SĨ KỸ THUẬT**

**Đà Nẵng - Năm 2013**

Công trình được hoàn thành tại  
**ĐẠI HỌC ĐÀ NẴNG**

**Người hướng dẫn khoa học: TS. NGUYỄN TẤN KHÔI**

**Phản biện 1: PGS.TS PHAN HUY KHÁNH**

**Phản biện 2: PGS.TS LÊ MẠNH THẠNH**

Luận văn được bảo vệ trước Hội đồng chấm Luận văn tốt nghiệp thạc sĩ Kỹ thuật họp tại Đại học Đà Nẵng vào ngày 18 tháng 05 năm 2013.

*Có thể tìm hiểu luận văn tại:*

- Trung tâm Thông tin - Học liệu, Đại Học Đà Nẵng

## MỞ ĐẦU

### 1. Lý do chọn đề tài

Ngày nay với sự phát triển mạnh mẽ của công nghệ thông tin, con người đã ứng dụng những thành tựu của nó trong rất nhiều các lĩnh vực khác nhau. Máy tính đã trở thành một công cụ hỗ trợ đắc lực cho con người trong việc xử lý dữ liệu một cách nhanh chóng và chính xác.

Đồ họa máy tính là một lĩnh vực của khoa học máy tính nghiên cứu các phương pháp, kỹ thuật biểu diễn và thao tác các dữ liệu số hóa của các vật thể trong thực tế. Lĩnh vực này được phát triển dựa trên nền tảng của hình học họa hình, hình học tính toán, hình học vi phân cùng nhiều kiến thức toán học của đại số và giải tích cũng như các thành tựu của phần cứng máy tính.

Sự phát triển của đồ họa máy tính đã làm thay đổi hoàn toàn tương tác giữa người và máy, các kỹ thuật ứng dụng đồ họa ngày càng cao hơn nên có nhiều người quan tâm nghiên cứu đến lĩnh vực này. Nhờ đó mà các ứng dụng đồ họa trên máy tính ra đời nhiều hơn, góp phần làm cho đồ họa máy tính trở thành một lĩnh vực hấp dẫn và có nhiều ứng dụng trong thực tế.

Để tạo thành các khối vật thể trong không gian 3D, trong kỹ thuật người ta sử dụng các đường cong phẳng. Trong toán học, các đoạn cong được biểu diễn bằng một hàm ẩn, hàm tường minh hoặc một hàm tham số. Hàm để mô tả đường cong được gọi là mô hình toán học của đường cong. Có nhiều hàm để mô tả các đường cong nhưng người ta sử dụng rộng rãi hàm đa thức vì hàm này dễ làm việc và linh hoạt trong việc mô tả nhiều loại đường cong kỹ thuật.

Để xây dựng đoạn cong trên cơ sở điểm đã biết, người ta phải dựa vào một hàm nào đó và gọi nó là hàm cơ sở. Sử dụng hàm đa thức chuẩn làm hàm cơ sở có ưu việt là dễ dàng định nghĩa và đánh giá. Do vậy, việc nghiên cứu xây dựng mô hình hóa đối tượng 3D linh hoạt, phục vụ quá trình nghiên cứu, tiến tới tái tạo các vật thể từ máy đo 3 chiều CMM hay từ máy quét là một yêu cầu thiết yếu.

Với bài toán tái tạo đường và mặt cong tham số 3D sử dụng phương pháp bình phương tối thiểu thì công cụ quan trọng để giải quyết bài toán này là lý thuyết bình phương tối thiểu. Đây là phương pháp tối ưu hóa để lựa chọn một đường khớp nhất cho một dải dữ liệu với cực trị của tổng các sai số thống kê giữa đường khớp và dữ liệu. Phương pháp này giả định các sai số của phép đo đặc dữ liệu phân phối ngẫu nhiên. Định lý Gauss-Markov chứng minh rằng kết quả thu được từ phương pháp bình phương tối thiểu không thiên vị và sai số của việc đo đặc dữ liệu không nhất thiết phải tuân theo. Phương pháp bình phương tối thiểu thường được dùng trong khớp đường cong. Nhiều bài toán tối ưu hóa cũng được quy về tìm cực trị của dạng bình phương.

Vì những lý do như trên, tôi đề xuất chọn đề tài luận văn cao học: “*Ứng dụng phương pháp bình phương tối thiểu tái tạo đường và mặt cong tham số 3D*”.

## **2. Mục tiêu và nhiệm vụ nghiên cứu**

**a. Mục tiêu:** Giải quyết bài toán xây dựng ứng dụng tái tạo đường và mặt cong tham số 3D sử dụng phương pháp bình phương tối thiểu.

***b.Nhiệm vụ:*** Để thực hiện mục đích ý tưởng nêu ra cần nghiên cứu và tiến hành triển khai các nội dung như sau:

- Xây dựng ứng dụng tái tạo đường và mặt cong tham số 3D sử dụng phương pháp bình phương tối thiểu.
- Tìm hiểu về mô hình hoá đối tượng 3D.
- Tìm hiểu lý thuyết về đường cong tham số.
- Tìm hiểu lý thuyết về mặt cong tham số.
- Tìm hiểu lý thuyết về xấp xỉ hàm.
- Tìm hiểu về phương pháp bình phương tối thiểu và ứng dụng phương pháp bình phương tối thiểu trong việc tái tạo đối tượng 3D.
- Xây dựng chương trình ứng dụng tái tạo đường và mặt cong tham số 3D sử dụng phương pháp bình phương tối thiểu.

### **3. Đối tượng và phạm vi nghiên cứu**

***a.Đối tượng:*** Phương pháp bình phương tối thiểu và các vấn đề liên quan đến đường và mặt cong tham số.

***b. Phạm vi:*** Tập trung nghiên cứu ứng dụng phương pháp bình phương tối thiểu và áp dụng trong bài toán tái tạo đối tượng 3D.

### **4. Phương pháp thực hiện**

#### ***a.Phương pháp lý thuyết***

- Tìm hiểu về mô hình hoá.
- Tìm hiểu về phương pháp bình phương tối thiểu.
- Tìm hiểu về đường và mặt cong tham số

- Tìm hiểu về đường và mặt cong 3D và sử dụng phương pháp bình phương tối thiểu để tái tạo nó.

- Tìm hiểu phương pháp bình phương tối thiểu tái tạo đường và mặt cong tham số 3D

### ***b. Phương pháp thực nghiệm***

- Xây dựng thuật toán tái tạo đường và mặt cong tham số 3D dựa trên phương pháp bình phương tối thiểu

- Kiểm tra, thử nghiệm và đưa ra nhận xét, đánh giá kết quả đạt được.

## **5. Dự kiến kết quả**

### ***a. Kết quả lý thuyết***

- Hiểu được khái niệm và tính chất của phương pháp bình phương tối thiểu.

- Hiểu được phương pháp tái tạo đường và mặt cong tham số 3D dựa vào bài toán bình phương tối thiểu.

- Hiểu được khái niệm đường cong và mặt cong tham số và thuật toán tái tạo đường và mặt cong tham số 3D dựa vào phương pháp bình phương tối thiểu.

### ***b. Kết quả thực tiễn***

- Xây dựng phần mềm ứng dụng phương pháp tái tạo đường và mặt cong tham số 3D dựa vào phương pháp bình phương tối thiểu.

## **6. Ý nghĩa khoa học và thực tiễn của đề tài**

### ***a. Ý nghĩa khoa học***

- Áp dụng lý thuyết xấp xỉ bình phương trong mô hình hoá.
- Áp dụng phương pháp bình phương tối thiểu tái tạo đường và mặt cong tham số 3D.
- Xây dựng các đối tượng 3D dựa trên đường và mặt cong tham số.

### ***b. Ý nghĩa thực tiễn***

- Đề xuất giải pháp góp phần hỗ trợ cho việc mô phỏng các đối tượng trong thế giới thực, mô phỏng hình học, game và phim hoạt hình 3D.
- Phục vụ cho công tác nghiên cứu thiết kế mô hình đối tượng tham số 3D trong các ngành kỹ thuật.

## **7. Cấu trúc luận văn**

Sau phần mở đầu, nội dung chính của luận văn được chia thành 3 chương như sau:

Chương 1, Tổng quan về đề tài. Trình bày lý thuyết về mô hình hóa đối tượng 3D. Các phương trình biểu diễn đường và mặt cong tham số và cách xây dựng các đối tượng 3D.

Chương 2, Phương pháp tái tạo đường và mặt cong tham số. Nêu ra các phương pháp tái tạo, so sánh đề xuất phương pháp mới.

Chương 3, Tái tạo đối tượng B-spline dựa trên phương pháp bình phương tối thiểu. Trình bày thuật toán bình phương tối thiểu trong tái tạo đối tượng B-spline. Triển khai xây dựng và đánh giá kết quả.

Cuối cùng là kết luận và hướng phát triển của đề tài.

## CHƯƠNG 1

### TỔNG QUAN VỀ ĐỀ TÀI

#### 1.1. MÔ HÌNH HOÁ ĐỐI TƯỢNG 3D

#### 1.2. BIỂU DIỄN ĐƯỜNG CONG THAM SỐ

##### 1.2.1. Đường cong B-spline

##### 1.2.2. Đường cong NURBS

#### 1.3. BIỂU DIỄN MẶT CONG THAM SỐ

##### 1.3.1. Mặt cong B-spline

##### 1.3.2. Mặt cong NURBS

#### 1.4. VECTOR NÚT

#### 1.5. XÂY DỰNG ĐƯỜNG VÀ MẶT CONG THAM SỐ

##### 1.5.1. Đường cong B-spline

Giả sử ta có  $n + 1$  điểm điều khiển  $P_0, P_1, \dots, P_n$  kí hiệu tọa độ của mỗi điểm điều khiển là  $P_i (x_i, y_i, z_i)$  trong đó  $0 \leq i \leq n$ . Tập hợp các điểm điều khiển ta gọi là đa giác điều khiển (control polygon). Khi đó các điểm trên đường cong B-spline được tính theo công thức:

$$C(u) = \sum_{i=0}^n N_{i,m}(u).P_i \quad t_{\min} \leq u \leq t_{\max}, \quad 2 \leq m \leq n+1$$

Ta có thể lựa chọn miền giá trị của tham số  $u$ . Hàm  $N_{i,m}(u)$  được gọi là hàm B-Spline là một đa thức có bậc là  $m - 1$ . Giá trị của tham số có thể chọn là một trong số các giá trị từ 2 đến  $n+1$ . Trong



thực tế ta có thể thiết lập  $m=1$  nhưng khi đó chỉ hiển thị các điểm điều khiển.

Trước khi định nghĩa hàm  $N_{i,m}(u)$  ta phải xây dựng các khoảng giá trị của tham số biến  $u$ , hàm  $N_{i,m}(u)$  sẽ được định nghĩa trên từng khoảng đó. Muốn vậy ta định nghĩa  $r+1$  điểm chia  $t_0 \leq t_1 \leq \dots \leq t_r$ , mỗi điểm như vậy được gọi là điểm nút. Tập hợp các điểm nút  $T = \{t_0, t_1, \dots, t_r\}$  được gọi là vector các điểm nút (knot vector).

Các điểm nút tạo thành một dãy số không giảm và có thể một vài điểm nút có giá trị bằng nhau.

Hàm  $N_{i,m}(u)$  được định nghĩa một cách đệ quy theo  $m$  như sau:

$$N_{i,m}(u) = \begin{cases} 1 & t_i \leq u \leq t_{i+1} \\ 0 & u \notin [t_i, t_{i+1}] \end{cases}$$

Hàm cơ sở B-spline với  $m > 1$  được biểu diễn:

$$N_{i,m}(u) = \frac{u - t_i}{t_{i+m-1} - t_i} N_{i,m-1}(u) + \frac{t_{i+m} - u}{t_{i+m} - t_{i+1}} N_{i+1,m-1}(u)$$

Nhìn vào công thức tính trên ta thấy để tính được  $N_{i,m}(u)$  ta cần các nút  $t_0, t_1, \dots, t_{i+m}$  trong vector nút. Vậy khi  $i = n$  ta cần  $t_0, t_1, \dots, t_{i+m}$  trong vector nút, chính vì lý do đó mà ta phải chọn từ đầu vector nút sao cho khoảng giá trị của tham số  $u$  được chia thành  $n+m$  khoảng bởi  $n+m+1$  điểm chia hay nói cách khác  $r = n+m$

Xét trường hợp cụ thể khi  $m = 1, 2, 3$

+ Khi  $m=1$ , hàm B-spline  $N_{i,1}(u) = N_{0,1}P_0 + N_{1,1}P_1 + \dots + N_{n,1}P_n$  ( $t_0 \leq u \leq t_{n+1}$ )

Theo định nghĩa ở trên ta có khi  $t_0 \leq u \leq t_1$  chỉ có duy nhất hàm  $N_{0,1}=1$  còn các hàm B-spline khác đều bằng 0 do đó  $C(u)=P_0$ . Tương tự như vậy khi xét lần lượt các khoảng của tham số  $u$  ta thấy trên khoảng  $[t_i, t_{i+1}]$  chỉ có duy nhất hàm  $N_{i,1}$  có giá trị bằng 1, còn các hàm B-spline khác có giá trị bằng 0. Vậy khi  $m=1$  ta có đường cong  $C(u)$  chính là các điểm điều khiển rời rạc. Hình 1.3 minh họa đồ thị cho các hàm  $N_{i,1}(0 \leq i \leq 4)$  và đường cong  $C(u)$ .

+ Khi  $m=2$ , hàm B-spline  $N_{i,2}$  sẽ có bậc bằng 1, phương trình đường cong B-spline có dạng:

$$C(u) = \sum_{i=0}^n N_{i,2}(u)P_i = N_{0,2}P_0 + N_{1,2}P_1 + \dots + N_{n,2}P_n \quad (t_1 \leq u \leq t_{n+1})$$

Ta xét hàm B-spline đầu tiên  $N_{0,2}$

$$N_{0,2}(u) = \frac{u - t_0}{t_1 - t_0} N_{0,1}(u) + \frac{t_2 - u}{t_2 - t_1} N_{1,1}(u)$$

Ta nhận thấy  $N_{0,2}$  được tính dựa vào  $N_{0,1}$  và  $N_{1,1}$ . Hệ số của  $N_{0,1}$  là  $\frac{u - t_0}{t_1 - t_0}$ , đây là phương trình của một hàm số bậc nhất tăng trên đoạn  $[t_0, t_1]$ , giá trị của hàm bằng 0 khi  $u=t_0$  và bằng 1 khi  $u = t_1$  (ta gọi đây là nửa bên trái của  $N_{0,2}$ ). Tương tự hệ số của  $N_{1,1}$  là một hàm số bậc nhất giảm trên đoạn  $[t_1, t_2]$ , giá trị của hàm bằng 1 khi  $u = t_1$  và bằng 0 khi  $u = t_2$  (ta gọi đây là nửa bên phải của  $N_{0,2}$ ). Phương trình của  $N_{0,2}(u)$  có thể viết lại như sau:

$$N_{0,2}(u) = \begin{cases} 0 & u \leq t_0 \\ \frac{u - t_0}{t_1 - t_0} & t_0 \leq u \leq t_1 \\ \frac{t_2 - u}{t_2 - t_1} & t_1 \leq u \leq t_2 \\ 0 & u \geq t_2 \end{cases}$$

Tổng quát ta có công thức sau:

$$N_{i,2}(u) = \begin{cases} 0 & u \leq t_i \\ \frac{u - t_i}{t_{i+1} - t_i} & t_i \leq u \leq t_{i+1} \\ \frac{t_{i+2} - u}{t_{i+2} - t_{i+1}} & t_{i+1} \leq u \leq t_{i+2} \\ 0 & u \geq t_{i+2} \end{cases}$$

Trên đoạn  $[t_i, t_{i+1}]$  ( $1 \leq i \leq n$ ) có hai nửa đồ thị, nửa bên trái của  $N_{i,2}$  và nửa bên phải của  $N_{i-1,2}$ . Do đó phương trình của  $C(u)$  trên đoạn  $[t_i, t_{i+1}]$  là:

$$C(u) = \frac{t_{i+1} - u}{t_{i+1} - t_i} P_{i-1} + \frac{u - t_i}{t_{i+1} - t_i} P_i$$

Hai hệ số của  $P_{i-1}$  và  $P_i$  đều không âm và có tổng bằng 1 do đó  $C(u)$  chính là đoạn thẳng  $P_{i-1}P_i$ .

Chúng tỏ khi  $m = 2$  đường cong B-spline chính là đường gấp khúc  $P_0P_1 \dots P_n$  như minh họa trong hình 2(c).

+Khi  $m=3$  hàm B-spline  $N_{i,3}$  sẽ có bậc bằng 2, phương trình đường cong B-spline có dạng:

$$C(u) = \sum_{i=0}^n N_{i,3}(u) \cdot P_i = N_{0,3}P_0 + N_{1,3}P_1 + \dots + N_{n,3}P_n \quad (t_2 \leq u \leq t_{n+1})$$

Ta xét hàm B-spline đầu tiên  $N_{0,3}(u)$ :

$$N_{0,3}(u) = \frac{u-t_0}{t_2-t_0} N_{0,2}(u) + \frac{t_3-u}{t_3-t_1} N_{1,2}(u)$$

$N_{0,3}(u)$  là hàm hợp của hai hàm  $N_{0,2}(u)$  và  $N_{1,2}(u)$  trên đoạn  $[t_0, t_3]$ , thay các giá trị đã biết  $N_{0,2}(u)$  và  $N_{1,2}(u)$  vào ta có:

$$N_{0,3}(u) = \begin{cases} 0 & u \leq t_0 \\ \frac{u-t_0}{t_2-t_0} * \frac{u-t_0}{t_1-t_0} & t_0 \leq u \leq t_1 \\ \frac{u-t_0}{t_2-t_0} * \frac{t_2-u}{t_2-t_1} + \frac{t_3-u}{t_3-t_1} * \frac{u-t_1}{t_2-t_1} & t_1 \leq u \leq t_2 \\ \frac{t_3-u}{t_3-t_1} * \frac{t_3-u}{t_3-t_2} & t_2 \leq u \leq t_3 \\ 0 & u \geq t_3 \end{cases}$$

Giá trị của hàm  $N_{0,3}(u)$  hoặc là bằng 0 hoặc là một hàm bậc 2 theo biến  $u$ . Tổng quát ta có công thức sau:

$$N_{0,3}(u) = \begin{cases} 0 & u \leq t_i \\ \frac{u-t_i}{t_{i+2}-t_i} * \frac{u-t_i}{t_{i+1}-t_i} & t_i \leq u \leq t_{i+1} \\ \frac{u-t_i}{t_{i+2}-t_i} * \frac{t_{i+2}-u}{t_{i+2}-t_{i+1}} + \frac{t_{i+3}-u}{t_{i+3}-t_{i+1}} * \frac{u-t_{i+1}}{t_{i+2}-t_{i+1}} & t_{i+1} \leq u \leq t_{i+2} \\ \frac{t_{i+3}-u}{t_{i+3}-t_{i+1}} * \frac{t_{i+3}-u}{t_{i+3}-t_{i+2}} & t_{i+2} \leq u \leq t_{i+3} \\ 0 & u \geq t_{i+3} \end{cases}$$

Xét trên đoạn  $[t_i, t_{i+1}]$ ,  $2 \leq i \leq n$  bao gồm ba phần đồ thị: Phần bên trái của đồ thị  $N_{i,3}$  phần giữa của đồ thị  $N_{i,3}$ , và phần bên phải của đồ thị  $N_{i,3}$ .

Do đó trên đoạn  $[t_i, t_{i+1}]$ ,  $2 \leq i \leq n$  ta có:

$$C(u) = \left( \frac{t_{i+1}-u}{t_{i+1}-t_{i-1}} * \frac{t_{i+1}-u}{t_{i+1}-t_i} \right) P_{i-2} + \left( \frac{u-t_{i-1}}{t_{i+1}-t_{i-1}} * \frac{t_{i+1}-u}{t_{i+1}-t_i} + \frac{t_{i+2}}{t_{i+2}-t_i} * \frac{u-t_i}{t_{i+1}-t_i} \right) P_{i-1} + \left( \frac{u-t_i}{t_{i+2}-t_i} * \frac{u-t_i}{t_{i+1}-t_i} \right) P_i$$

Hệ số của  $P_{i-2}$  là phần bên phải của  $N_{i-2,3}$  hệ số của  $P_{i-1}$  là phần giữa của  $N_{i-1,3}$ , hệ số của  $P_i$  là phần bên trái của  $N_{i,3}$  và tổng ba hệ số này bằng 1 với mọi  $u$  thuộc  $[t_i, t_{i+1}]$ . Đồ thị của  $C(u)$  là một đường cong được minh họa trên hình 3(c).

### 1.5.2. Mặt cong B-spline

Phương trình mặt cong B-spline có dạng như sau:

$$S(u, v) = \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n N_{i,p}(u) N_{j,q}(v) \cdot P_{ij}$$

Trong đó  $P_{ij}$  là giá trị trị điểm điều khiển trong ma trận hai chiều  $(nu+1)*(nv+1)$ . Các giá trị  $p-1$  và  $q-1$  thiết lập bậc của các hàm B-spline theo hai biến  $u$  và  $v$ .

## 1.6. TÍNH LIÊN TỤC CỦA ĐƯỜNG CONG THAM SỐ

## CHƯƠNG 2

### PHƯƠNG PHÁP TÁI TẠO ĐƯỜNG VÀ MẶT CONG THAM SỐ

#### 2.1. GIỚI THIỆU

#### 2.2. CÁC PHƯƠNG PHÁP TÁI TẠO

##### 2.2.1. Phương pháp nội suy

Nội suy là thuật toán dựng đường cong đáp ứng chính xác dữ liệu cho trước đi qua tọa độ điểm và đáp ứng vector đạo hàm tại điểm liên quan.

Nội suy gồm hai phương pháp:

- Nội suy toàn cục (Global Interpolation)
- Nội suy cục bộ (Local Interpolation)

##### *a. Nội suy toàn cục đường cong*

Phương pháp đơn giản phù hợp với một tập các điểm dữ liệu với một đường cong B-Spline là phương pháp nội suy toàn cục. Ý nghĩa của toàn cục sẽ được làm rõ như sau:

Giả sử chúng ta có  $n+1$  điểm dữ liệu  $D_0, D_1, \dots, D_n$  và muốn để phù hợp chúng với một đường cong B-spline bằng  $p$ ,  $p \leq n$  là một đầu vào. Chúng ta có thể chọn một tập hợp các giá trị tham số  $t_0, t_1, \dots, t_n$ . Lưu ý rằng số lượng các thông số bằng số điểm dữ liệu, bởi vì tham số  $t_k$  tương ứng với dữ liệu điểm  $D_k$ . Từ các thông số này, một vector nút của  $m+1$  được tính bằng  $m = n + p + 1$ . Vì vậy, ta có một vector nút và bậc  $p$ , phần duy nhất còn thiếu là một tập hợp điểm

kiểm soát  $n + 1$ . Nội suy toàn cục là cách đơn giản để tìm kiếm các điểm kiểm soát.

Giả sử nội suy đường cong B-spline như sau:

$$C(u) = \sum_{i=0}^n N_{i,p}(u)P_i$$

Đường cong B-spline có  $n+1$  điểm kiểm soát chưa biết. Kể từ khi tham số  $t_k$  tương ứng với điểm dữ liệu điểm  $D_k$ , thế  $t_k$  vào phương trình đường cong sau đây:

$$D_k = C(t_k) = \sum_{i=0}^n N_{i,p}(t_k)P_i \quad \text{Với } 0 < k < n$$

Bởi vì có  $n+1$  điểm cơ sở chức năng trong phương trình B-spline trên ( $N_{0,p}(u)$ ,  $N_{1,p}(u)$ ,  $N_{2,p}(u)$ , ...,  $N_{n,p}(u)$ ) và  $n+1$  các thông số ( $t_0, t_1, t_2, \dots, t_n$ ), thế  $t_k$  vào  $N_{i,p}(u)$  kết quả có  $(n+1)^2$  giá trị. Những giá trị này có thể được biểu diễn thành  $(n+1) \times (n+1)$  ma trận  $N$ , trong đó hàng thứ  $k$  chứa các giá trị của  $N_{0,p}(u)$ ,  $N_{1,p}(u)$ ,  $N_{2,p}(u)$ , ...,  $N_{i,p}(u)$  được đánh giá như sau:

$$N = \begin{bmatrix} N_{0,p}(t_0) & N_{1,p}(t_0) & N_{2,p}(t_0) & \dots & N_{n,p}(t_0) \\ N_{0,p}(t_1) & N_{1,p}(t_1) & N_{2,p}(t_1) & \dots & N_{n,p}(t_1) \\ \vdots & & & & \\ N_{0,p}(t_n) & N_{1,p}(t_n) & N_{2,p}(t_n) & \dots & N_{n,p}(t_n) \end{bmatrix}$$

Ta sẽ thu thập vector  $D_k$  và  $P_i$  vào hai ma trận  $D$  và  $P$  như sau:

$$D = \begin{bmatrix} d_{01} & d_{02} & d_{03} & \cdots & d_{0s} \\ d_{11} & d_{12} & d_{13} & \cdots & d_{1s} \\ \vdots & & & & \\ d_{n1} & d_{n2} & d_{n3} & \cdots & d_{ns} \end{bmatrix} \quad P = \begin{bmatrix} p_{01} & p_{02} & p_{03} & \cdots & p_{0s} \\ p_{11} & p_{12} & p_{13} & \cdots & p_{1s} \\ \vdots & & & & \\ p_{n1} & p_{n2} & p_{n3} & \cdots & p_{ns} \end{bmatrix}$$

Ở đây, điểm dữ liệu  $D_k$  là một vector trong không gian  $s$  chiều (tức là  $D_k = [d_{k1}, \dots, d_{ks}]$ ) và xuất hiện trên hàng thứ  $i$  của ma trận  $P$ . Lưu ý rằng trong không gian ba chiều, thì ta có  $s = 3$  và trong một mặt phẳng ta có  $s = 2$

Ta có:

$$D^i = N \cdot p^i$$

Sau đó, tính toán cho  $p_i$  từ  $N$  và đi cho cột thứ  $i$   $P$ , tìm tất cả các  $i$  trong khoảng từ  $0$  đến  $h$ , và ta sẽ có một  $P$  hoàn chỉnh. Vì vậy, việc xây dựng đường cong B-spline có  $n+1$  điểm dữ liệu liên quan đến việc giải phương trình tuyến tính.

### ***b. Nội suy toàn cục mặt cong***

Giả sử chúng ta có  $m+1$  hàng và  $n+1$  cột của các điểm dữ liệu  $D_{ij}$  ( $0 \leq i \leq m$  và  $0 \leq j \leq n$ ) và muốn tìm một mặt cong B-spline bậc  $(p, q)$  có chứa tất cả trong số đó. Tương tự như trường hợp đường cong, ta có điểm dữ liệu và bậc  $p, q$  như là đầu vào. Để xác định một mặt cong nội suy B-spline, chúng ta cần hai vector knot  $U$  và  $V$ , một cho mỗi hướng và thiết lập các điểm kiểm soát. Giống như trường hợp đường cong, số lượng các điểm kiểm soát và số lượng các điểm dữ liệu là bằng nhau (tức là  $(m+1)(n+1)$  điểm kiểm soát trong  $m+1$  hàng và  $n+1$  cột). Ta có thể tính toán hai thông số  $S_c$  ( $0 \leq c \leq m$ ) theo hướng  $u$  và  $t_d$  ( $0 \leq d \leq n$ ) theo hướng  $v$  bằng cách thiết lập  $e, f$  vào  $m$



và  $n$  tương ứng. Chúng ta cũng có được knot vector  $U$  và  $V$  cho  $u$  và  $v$  hướng tương ứng. Vì vậy những gì còn lại là tìm điểm kiểm soát mong muốn.

Đây là bài toán nội suy đường cong. Chính xác hơn, các đường cong nội suy toàn cục có thể được áp dụng cho mỗi cột của các điểm dữ liệu để có được một cột của các điểm kiểm soát  $Q_{cd}$ . Vì ta đã có  $n + 1$  cột của các điểm dữ liệu thì ta sẽ có được  $n + 1$  cột của  $Q$ .

Áp dụng phương trình của  $Q_{id}$  dưới đây, các điểm dữ liệu trên hàng  $i$  của  $Q$  ( tức là,  $Q_{i0}, Q_{i1}, \dots, Q_{in}$  ) là các điểm trên một đường cong B-spline, đánh giá ở  $t_0, t_1, \dots, t_n$ , bậc  $q$  được xác định bởi  $n + 1$  điểm kiểm soát chưa biết  $P_{i0}, P_{i1}, \dots, P_{in}$ . Do đó, ứng dụng nội suy đường cong với bậc  $q$  và các tham số  $t_0, t_1, \dots, t_n$  hàng  $i$  của  $Q$  cho hàng  $i$  của các điểm kiểm soát mong muốn.

$$Q_{id} = \sum_{j=0}^n N_{j,q}(t_d) \cdot P_{ij}$$

Một khi tất cả các hàng của các điểm kiểm soát được tìm thấy, các điểm kiểm soát này, cùng với các nút vector và bậc  $p$  và  $q$  xác định một B-spline nội suy mặt cong của bậc  $(p, q)$  của các điểm dữ liệu đã cho. Vì vậy, nội suy mặt cong bằng cách sử dụng B-spline bao gồm  $(m + 1) + (n + 1)$  nội suy đường cong.

### 2.2.2. Phương pháp xấp xỉ

Thuật toán dựng đường cong xấp xỉ với một tập điểm ban đầu không nhất thiết phải đáp ứng chính xác dữ liệu cho trước (dữ liệu từ máy đo, máy quét tọa độ, số lượng điểm rất lớn và có thể bao

gồm cả nhiều do tính toán xử lý, trong trường hợp này điều quan trọng là định dạng được “ hình dạng” từ dữ liệu chứ không cần nắn đường cong theo từng điểm nhưng phải đáp ứng sai số cho phép).

Phân loại các phương pháp xấp xỉ:

- Xấp xỉ toàn cục: sử dụng toàn bộ số điểm dữ liệu  $Q$  cho trước
- Xấp xỉ cục bộ: là dựng tuần tự các phân đoạn đường cong đáp ứng sai số cho phép  $E$ .

*a. Xấp xỉ toàn cục đường cong*

*b. Xấp xỉ toàn cục mặt cong*

### **2.3. SO SÁNH GIỮA PHƯƠNG PHÁP NỘI SUY VÀ PHƯƠNG PHÁP XẤP XỈ**

### **2.4. TÁI TẠO ĐỐI TƯỢNG THAM SỐ 3D BẰNG PHƯƠNG PHÁP BÌNH PHƯƠNG TỐI THIỂU**

#### **2.4.1. Giới thiệu**

#### **2.4.2. Bài toán bình phương tối thiểu (Least Square)**

#### **2.4.3. Thuật toán Levenberg-Marquardt (LMA)**

#### **2.4.4. Ý nghĩa của phương pháp bình phương tối thiểu**

### CHƯƠNG 3

## TÁI TẠO ĐỐI TƯỢNG B-SPLINE BẰNG PHƯƠNG PHÁP BÌNH PHƯƠNG TỐI THIỂU

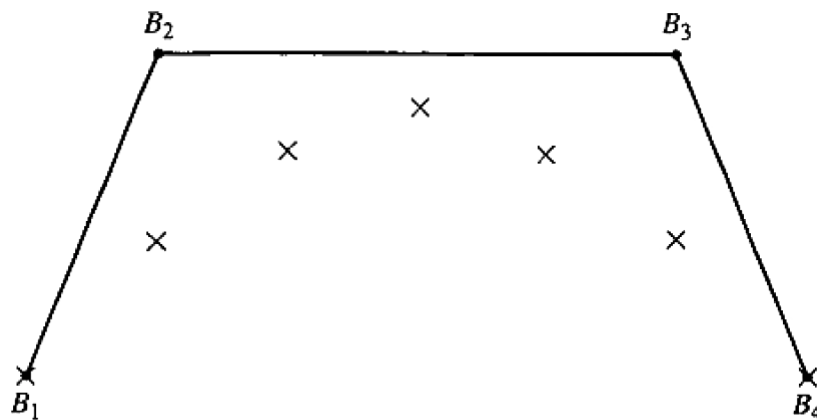
### 3.1. XÁC ĐỊNH SỐ LƯỢNG ĐIỂM KIỂM SOÁT

### 3.2. DI CHUYỂN ĐIỂM KIỂM SOÁT

### 3.3. TÁI TẠO ĐỐI TƯỢNG B-SPLINE

#### 3.3.1. Tái tạo đường cong B-spline đi qua một tập điểm cho trước

Trong mục này ta sẽ giải quyết vấn đề sau: Từ các điểm nằm trên đường cong, ta sẽ tìm tập các điểm kiểm soát của chúng. Bài toán có thể được miêu tả như sau:



Xác định các điểm kiểm soát dựa trên một số điểm đã biết nằm trên đường cong.

Nếu các điểm đã biết thuộc đường cong thì ta có:

$$\begin{aligned}
P_0(t_0) &= N_{0,k}(t_0)B_0 + N_{1,k}(t_0)B_1 + \dots + N_{n,k}(t_0)B_n \\
P_1(t_1) &= N_{0,k}(t_1)B_0 + N_{1,k}(t_1)B_1 + \dots + N_{n,k}(t_1)B_n \\
&\dots \\
P_j(t_j) &= N_{0,k}(t_j)B_0 + N_{1,k}(t_j)B_1 + \dots + N_{n,k}(t_j)B_n
\end{aligned}$$

Với  $2 \leq k \leq n+1 \leq j+1$  ta có dạng ma trận

$$[P] = [N][B] \quad (*)$$

Và

$$\begin{aligned}
[P]^T &= [P_0(t_0)P_1(t_1)\dots P_j(t_j)] \\
[B]^T &= [B_0B_1\dots B_n] \\
[N] &= \begin{bmatrix} N_{0,k}(t_0) \dots N_{n,k}(t_0) \\ \vdots \\ N_{j,k}(t_j) \dots N_{n,k}(t_j) \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Các tham số  $t_j$  của mỗi điểm cho trước có thể xem là độ đo khoảng cách của điểm đó đến đường cong B-spline. Ta có thể tính được tham số  $t_j$  thông qua độ dài dây cung giữa các điểm đó. Với  $j+1$  điểm trên đường cong cho trước, tham số tại điểm trên đường cong cho trước thứ  $\beta$  được tính bởi công thức:

$$t_0 = 0, \frac{t_\beta}{t_{\max}} = \frac{\sum_{s=1}^{\beta} |P_s - P_{s-1}|}{\sum_{s=1}^j |P_s - P_{s-1}|}, \beta \geq 2$$

$t_{\max}$  = giá trị lớn nhất trong vector nút

Trong trường hợp  $2 \leq k \leq n+1 = j+1 (n = j)$ , ma trận  $N$  vuông, tập các điểm kiểm soát có thể xác định thông qua ma trận nghịch đảo:

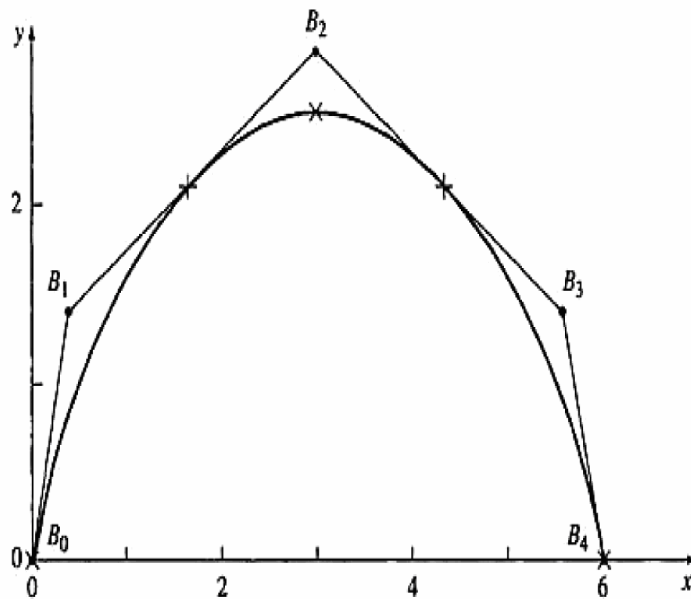
$$[B] = [N]^{-1} [P]$$

Trong trường hợp  $2 \leq k \leq n+1 \leq j+1 (n < j)$ , ma trận  $N$  không phải là ma trận vuông. Ta phải tìm cách biến đổi ma trận  $N$  thành ma trận vuông, từ đó tìm đa giác kiểm soát:

$$[P] = [N][B]$$

$$[N]^T [P] = [N]^T [N][B]$$

$$[B] = \left[ [N]^T [N] \right]^{-1} [N]^T [P]$$



Hình 3.3: Kết quả của đường cong B-Spline thích hợp

### **3.3.2. Thuật toán bình phương tối thiểu**

Thuật toán tái tạo đối tượng B-spline không nhất thiết phải đáp ứng chính xác dữ liệu cho trước và điều quan trọng là định dạng được “hình dạng” từ dữ liệu chứ không cần nắn đường cong theo từng điểm nhưng phải đáp ứng sai số cho phép.

Thuật toán:

Bước 1: Bắt đầu việc tính toán bằng cách lựa chọn số điểm điều khiển tối thiểu

Bước 2: Dựng đường cong xấp xỉ theo phương pháp bình phương tối thiểu

Bước 3: Kiểm tra độ chính xác của đường cong tại mỗi điểm dữ liệu

Bước 4: Nếu độ sai lệch tại tất cả điểm dữ liệu đáp ứng sai số cho phép thì kết thúc. Ngược lại, tăng số điểm điều khiển và trở về bước 2.

## **3.4. TRIỂN KHAI XÂY DỰNG ỨNG DỤNG**

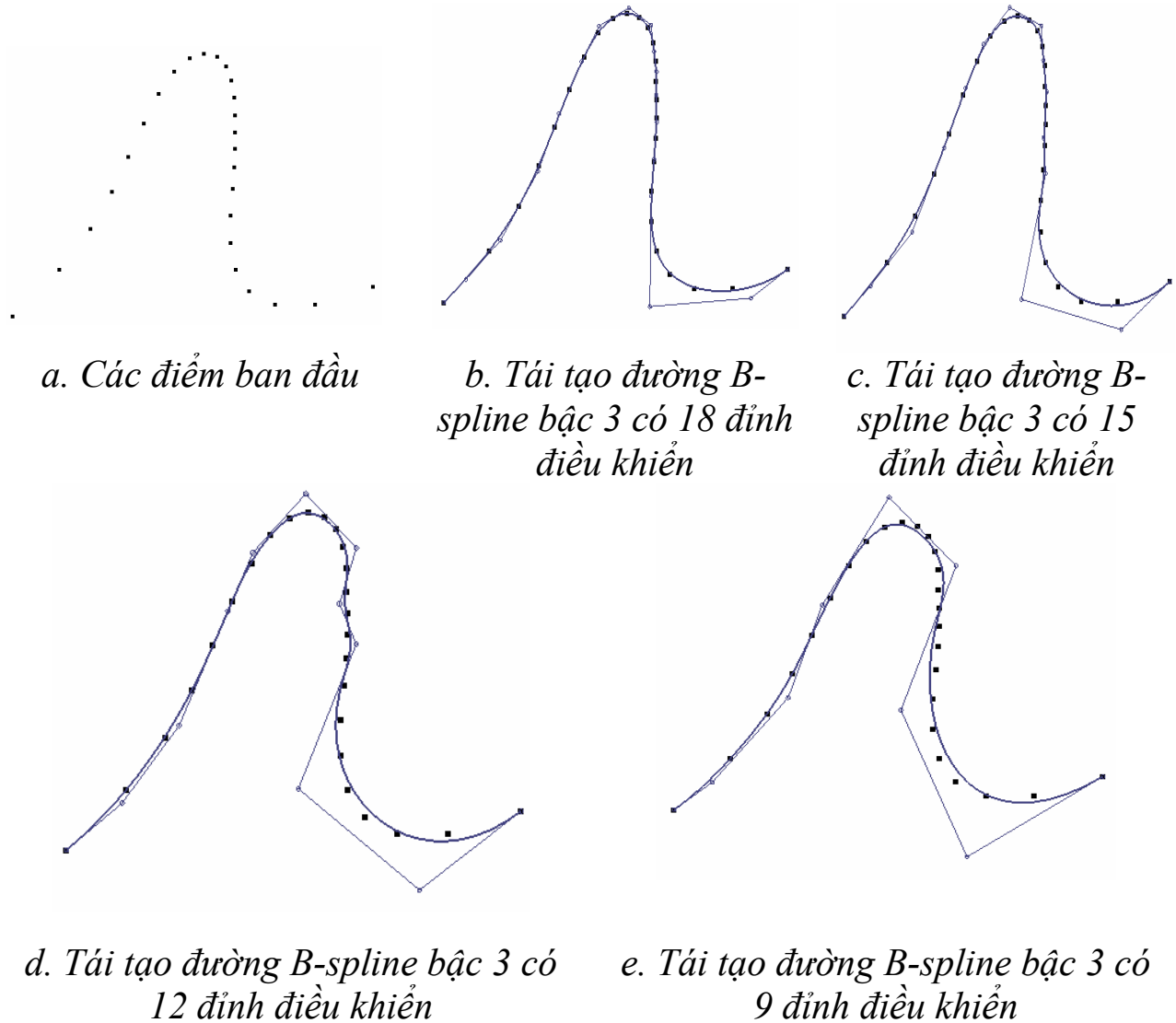
### **3.4.1. Phân tích yêu cầu**

### **3.4.2. Triển khai xây dựng chương trình**

### **3.4.3. Đánh giá kết quả**

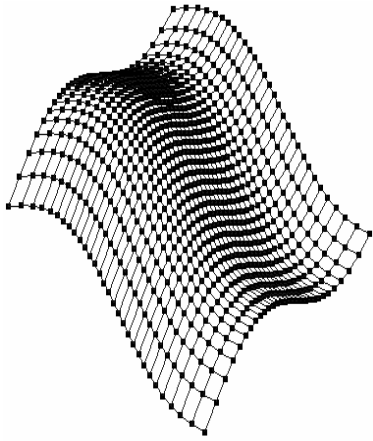
### 3.5. KẾT QUẢ THỰC HIỆN CHƯƠNG TRÌNH

#### 3.5.1. Tái tạo đường cong B-spline

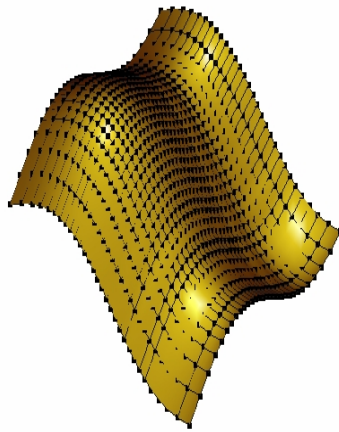


Hình 3.6 Các kết quả tái tạo đường cong B-spline bậc 3 từ tập đầu vào 30 điểm

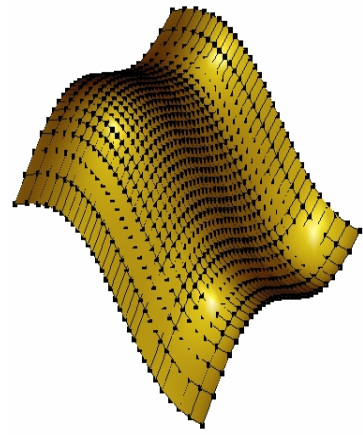
### 3.5.2. Tái tạo mặt cong B-spline



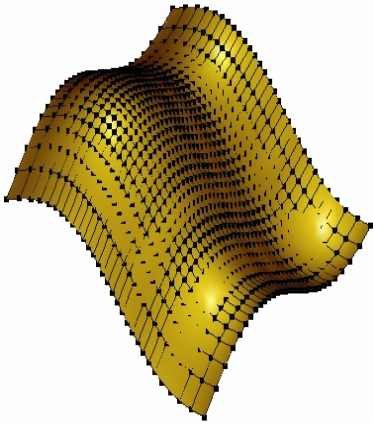
a. Tập hợp điểm ban đầu  $30 \times 30$



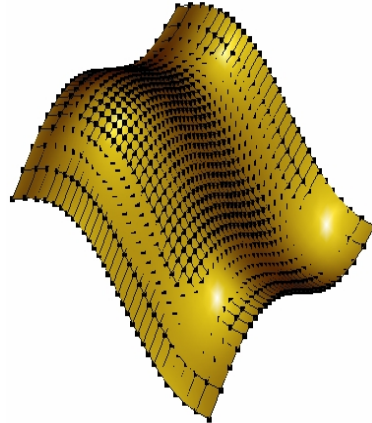
b. Tái tạo mặt cong B-spline có  $18 \times 18$  đỉnh điều khiển



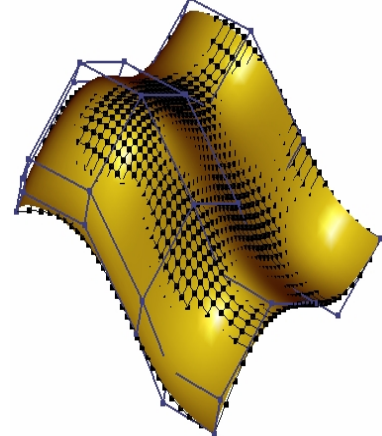
c. Tái tạo mặt cong B-spline có  $15 \times 15$  đỉnh điều khiển



d. Tái tạo mặt cong B-spline có  $12 \times 12$  đỉnh điều khiển



e. Tái tạo mặt cong B-spline có  $9 \times 9$  đỉnh điều khiển



f. Tái tạo mặt cong B-spline có  $6 \times 6$  đỉnh điều khiển

Hình 3.7. Các kết quả tái tạo mặt cong B-spline bậc  $3 \times 3$  từ tập đầu vào  $30 \times 30$  điểm



## KẾT LUẬN VÀ HƯỚNG PHÁT TRIỂN CỦA LUẬN VĂN

### 1. Kết luận

Qua quá trình làm luận văn, tác giả đã tìm hiểu về quá trình xử lý tái tạo đối tượng trong môi trường đồ họa ba chiều. Nghiên cứu kỹ về đường cong và mặt cong tham số đồng thời hiểu được các phương pháp tái tạo đường và mặt cong tham số 3D. Kết quả đạt được về mặt lý thuyết:

- Tái tạo đối tượng 3D bằng phương pháp bình phương tối thiểu
- Hiện thị đối tượng ở nhiều góc độ khác nhau
- Di chuyển đối tượng
- Xây dựng chương trình cho phép thao tác xử lý trên đối tượng 3D

Chương trình phục vụ cho quy trình CAD/CAM nên khả năng ứng dụng trong thực tế là rất cao. Sau khi tái tạo vật thể một cách chi tiết cần mô hình hóa đối tượng, quan sát và định lượng để có thể tái tạo những đối tượng 3D phức tạp đòi hỏi độ chính xác cao.

Chương trình thử nghiệm cho thấy số lượng của các điểm kiểm soát tăng dần nhưng nó không cải thiện chất lượng kết quả cuối cùng nên đường cong B-spline phù hợp ban đầu không cải thiện đáng kể.

### 2. Hướng phát triển

- Tiếp tục bổ sung và hoàn chỉnh, cải thiện thuật toán để có thể tái tạo được nhiều mặt cong khác nhau.

- Nghiên cứu sâu hơn về đối tượng 3D để tăng độ chính xác trong công tác tái tạo

- Xây dựng hoàn thiện ứng dụng với giao diện thân thiện dễ sử dụng.

- Áp dụng kết quả vào thực tiễn, hỗ trợ trong lĩnh vực CAD/CAM, y tế cũng như khảo cổ.