BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐẠI HỌC ĐÀ NẴNG

HỒ THỊ LỆ SƯƠNG

NGHIÊN CỨU VÀ ỨNG DỤNG PHẦN MỀM TOÁN HỌC TRONG DẠY VÀ HỌC THỐNG KÊ

Chuyên ngành: Phương pháp Toán sơ cấp

Mã số: 60.46.40

TÓM TẮT LUẬN VĂN THẠC SĨ KHOA HỌC

Đà Nẵng, Năm 2012

Công trình được hoàn thành tại

ĐẠI HỌC ĐÀ NẴNG

Người hướng dẫn khoa học: PGS.TSKH. TRẦN QUỐC CHIẾN

Phản biện 1: **PGS.TS. NGUYỄN CHÁNH TÚ**

Phản biện 2: **PGS.TS. TRẦN ĐẠO DÕNG**

Luận văn được bảo vệ tại Hội đồng bảo vệ chấm Luận văn tốt nghiệp Thạc sĩ Khoa học họp tại Đại học Đà Nẵng vào ngày 01 tháng 07 năm 2012.

Có thể tìm hiểu luận văn tại:

- Trung tâm Thông tin - Học liệu, Đại học Đà Nẵng
- Thư viện Trường Đại học Sư Phạm,Đại học Đà Nẵng.

MỞ ĐẦU

1. LÝ DO CHỌN ĐỀ TÀI.

Môn Xác suất thống kê được đánh giá là một môn khó với cả người dạy lẫn người học. Câu hỏi đặt ra là: làm thế nào để việc dạy và học môn Xác suất thống kê trở nên thuận lợi hơn? Có hiệu quả hơn?

Maple là một phần mềm Toán học có khả năng ứng dụng hầu hết các nội dung của môn Toán không những trong nhà trường phổ thông mà còn trong các trường đại học và cao đẳng. Với khả năng tính toán, minh họa của mình, Maple là công cụ rất tốt, giúp cho giáo viên, học sinh và sinh viên thuận lợi cho việc tìm hiểu và học tập môn Toán.

Trên cơ sở đó, tôi đã chọn đề tài "Nghiên cứu và ứng dụng phần mềm toán học trong dạy và học thống kê".

2. ĐỐI TƯỢNG VÀ PHẠM VI NGHIÊN CỨU.

2.1. Đối tượng.

- Các tài liệu về xác suất thống kê và tài liệu về maple.

2.2. Phạm vi nghiên cứu.

- Các ứng dụng của maple trong việc dạy thống kê.

3. MỤC TIÊU VÀ NHIỆM VỤ.

3.1. Mục tiêu.

- Giúp người học nắm được các tính năng cơ bản của maple và các ứng dụng của nó trong học phần thống kê.

3.2. Nhiệm vụ.

- Hệ thống một số kiến thức cơ bản của xác suất thống kê và maple để làm cơ sở cho việc nghiên cứu ứng dụng của maple trong giảng dạy phần thống kê.

4. PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU.

- Tổng hợp và phân tích theo cấu trúc logic của các tài liệu thu thập được.

- So sánh, đối chiếu các tài liệu liên quan.
- Thiết kế chương trình.

5. KẾT QUẢ DỰ KIẾN.

- Sẽ trở thành một tài liệu tham khảo bổ ích cho người dạy và người học trong phần học thống kê thuộc môn học Toán kinh tế và Lý thuyết xác suất thống kê.

6. Ý NGHĨA KHOA HỌC VÀ Ý NGHĨA THỰC TIỄN.

6.1. Ý nghĩa khoa học.

- Góp một phần nhỏ trong việc nghiên cứu maple để nhằm cải tiến phương pháp dạy học trong trường phổ thông, cao đẳng và đại học.

6.2. Ý nghĩa thực tiễn.

- Vận dụng trong công việc giảng dạy của bản thân trong trường cao đẳng.

7. THỤC NGHIỆM SƯ PHẠM.

- Tính linh động và mềm dẻo: người học bị thu hút bởi những thông tin và quá trình xử lý thông tin trên máy tính, từ đó truy tìm nguyên nhân vấn đề.

- Tính hệ thống: người học có thể điều chỉnh nhận thức của mình trong hệ thống kiến thức để nắm được vấn đề, điều hòa những mâu thuẫn giữa sự hoang mang bối rối trước vấn đề mới và tính tò mò muốn khám phá.

8. CẤU TRÚC CỦA LUẬN VĂN.

Ngoài phần mở đầu, kết luận và tài liệu tham khảo trong luận văn gồm có các chương như sau :

CHƯƠNG 1. TỔNG QUAN VỀ XÁC SUẤT THỐNG KÊ

CHƯƠNG 2. GIỚI THIỆU VỀ MAPLE

CHƯƠNG 3. ỨNG DỤNG MAPLE TRONG DẠY THỐNG KÊ

CHƯƠNG 1
TỔNG QUAN VỀ XÁC SUẤT THỐNG KÊ

1.1. XÁC SUẤT.

1.1.1.Những khái niệm cơ bản về xác suất.

Định nghĩa 1.1.1.1 Khi quan sát một hiện tượng tự nhiên hay làm một thí nghiệm và chú ý đến kết quả của hiện tượng hay thí nghiệm đó. Khi đó ta nói rằng đã thực hiện một phép thử.

- Kết quả đơn giản nhất được gọi là biến cố sơ cấp.

- Tập hợp gồm tất cả các biến cố sơ cấp được gọi là không gian các biến cố sơ cấp. Ta thường dùng:

ω để ký hiệu biến cố sơ cấp;

Ω để ký hiệu không gian biến cố sơ cấp;

A, B, C,… để ký hiệu biến cố.

1.1.2. Xác suất của biến cố.

Định nghĩa 1.1.2.1.(Định nghĩa xác suất theo cổ điển)

Giả sử phép thử có n biến cố đồng khả năng có thể xảy ra, trong đó có m trường hợp đồng khả năng thuận lợi cho biến cố A. Khi đó xác suất của A, ký hiệu P(A) được định nghĩa bằng công thức sau:

$$P(A)=\frac{m}{n}=\frac{\text{số trường hợp thuận lợi cho A}}{\text{số trường hợp có thể xảy ra}}$$

1.1.3. Biến ngẫu nhiên và hàm phân phối.

Định nghĩa 1.1.3.1 Cho không gian xác suất (Ω,F,P). Hàm số $X:\Omega\to\mathbb{R}$ được gọi là biến ngẫu nhiên nếu X là hàm đo được trên σ- đại số Borel, tức là

$$\forall a\in\mathbb{R},X^{-1}(\omega)=\{\omega\in\Omega:X(\omega)<a\}\in\mathrm{F}\ .$$

Định nghĩa 1.1.3.2 Giả sử X là biến ngẫu nhiên xác định trên (Ω,F,P), nhận giá trị trên $\mathbb{R}$. Hàm số

$$F(x)=F_X(x)=P[X<x],x\in\mathbb{R}$$

được gọi là hàm phân phối của biến ngẫu nhiên X.

Định nghĩa 1.1.3.3. Biến ngẫu nhiên X được gọi là biến ngẫu nhiên rời rạc nếu tập hợp các giá trị của X có hữu hạn hoặc vô hạn đếm được các phần tử.

Bảng phân bố xác suất của X

X	x_1	x_2	…	x_i	…
P	p_1	p_2	…	p_i	…

ở đây

$$x_i\neq x_j,i\neq j,p_i>0,\sum_i p_i=1$$

Hàm phân phối xác suất của X lúc này được xác định bởi

$$F(x)=\sum_{x_i<x}P(X=x_i)=\sum_{x_i<x}p_i$$

Định nghĩa 1.1.3.4. Biến ngẫu nhiên X được gọi là biến ngẫu nhiên liên tục nếu hàm phân phối của nó liên tục, tương đương với tồn tại một hàm số $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ khả tích không âm sao cho với mọi $t\in\mathbb{R}$,

$$F(t)=\int_{-\infty}^{t}f(x)dx$$

trong đó F(t) là hàm phân phối của X. Khi đó, f(x) được gọi là hàm mật độ của X.

1.1.4. Phân vị mức xác suất α.

Định nghĩa 1.1.4.1 Phân vị mức xác suất α của biến ngẫu nhiên liên tục X là số X_α sao cho

$$P(X<X_\alpha)=\alpha\ (*)$$

Hệ thức (*) tương đương với $\int_{-\infty}^{X_\alpha} f(x)dx = \alpha$

Như vậy, X_α là cận trên của tích phân sao cho tích phân bằng α (hay X_α là vị trí cạnh phải của hình thang cong sao cho diện tích hình thang cong bằng α).

Mặc khác, từ hệ thức (*) suy ra $F(X_\alpha) = \alpha$ hay $X_\alpha = F^{-1}(\alpha)$.

1.1.5. Một số phân phối xác suất quan trọng.

Định nghĩa 1.1.5.1 (Phân phối nhị thức)

Định nghĩa 1.1.5.2 (Phân phối Poisson).

Định nghĩa 1.1.5.3 (Phân phối chuẩn).

Biến ngẫu nhiên X được gọi là có phân phối chuẩn với các tham số $\mu, \sigma(\sigma > 0)$ (còn viết $X \sim N(\mu, \sigma^2)$), nếu hàm mật độ của nó có dạng

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, x \in \mathbb{R}$$

Phân phối N(0,1) còn được gọi là phân phối chuẩn chính tắc, khi đó hàm mật độ của nó có dạng

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}, x \in \mathbb{R}$$

Định nghĩa 1.1.5.4 (Phân phối khi bình phương).

Biến ngẫu nhiên liên tục X được gọi là có phân phối khi bình phương n bậc tự do nếu có hàm mật độ.

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{2^{\frac{n}{2}}\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} x^{\frac{n}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}} & \text{nếu } x > 0 \\ 0 & \text{nếu } x \le 0 \end{cases}$$

Trong đó $\Gamma(x) = \int_0^\infty u^{x-1} e^{-u} du$ gọi là hàm Gamma.

Ký hiệu $X \sim \chi_n^2$.

Định nghĩa 1.1.5.5 (Phân phối Student).

Biến ngẫu nhiên liên tục X được gọi là có phân phối Student n bậc tự do nếu nó có hàm mật độ

$$f_n(x) = \frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{\sqrt{n\pi}\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} \left[1 + \frac{x^2}{n}\right]^{-\frac{n+1}{2}}, \forall x \in \mathbb{R}$$

Ký hiệu $X \sim T(n)$

1.1.6. Các tham số đặc trưng của biến ngẫu nhiên.

Định nghĩa 1.1.6.1 Giả sử X là một biến ngẫu nhiên xác định trên một không gian xác suất (Ω, F, P), ta gọi số

$$E(X) = \int_\Omega X \, dP$$

là kì vọng (hay giá trị trung bình của X).

Định nghĩa 1.1.6.2 Giả sử X là biến ngẫu nhiên và tồn tại E(X). Khi đó, đại lượng

$$D(X) = E(X - E(X))^2$$

hữu hạn được gọi là phương sai của X.

Định nghĩa 1.1.6.3 Giả sử X là biến ngẫu nhiên và tồn tại D(X). Khi đó đại lượng

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)}$$

được gọi độ lệch chuẩn của X.

Định nghĩa 1.1.6.4 Mod của biến ngẫu nhiên X, ký hiệu X_{mod} là giá trị của biến ngẫu nhiên mà tại đó phân phối đạt giá trị lớn nhất.

Định nghĩa 1.6.5 Med (số trung vị) của biến ngẫu nhiên X, ký hiệu X_{med} là giá trị của biến ngẫu nhiên mà tại đó giá trị của hàm phân phối bằng $\frac{1}{2}$, nghĩa là $F(X_{med}) = \frac{1}{2}$.

1.2. THỐNG KÊ.

1.2.1. Lý thuyết mẫu.

1.2.2 Các tham số đặc trưng.

Định nghĩa 1.2.2.1 Giả sử cho (X_1, X_2, …, X_n) là mẫu ngẫu nhiên từ phân phối F(x). Ta gọi :

$$\overline{X} = \frac{X_1 + X_2 + ... + X_n}{n} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$$

là trung bình mẫu.

Định nghĩa 1.2.2.2 Giả sử cho (X_1, X_2, …, X_n) là mẫu ngẫu nhiên từ phân phối F(x). Ta gọi

$$S^2(X) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2$$

là phương sai chưa điều chỉnh và gọi

$$S'^2(X) = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2$$

là phương sai có điều chỉnh.

Định nghĩa 1.2.2.3 Giả sử cho (X_1, X_2, …, X_n) là mẫu ngẫu nhiên từ phân phối F(x). Ta gọi

$$S = \sqrt{S^2} \qquad S' = \sqrt{S'^2}$$

là độ lệch tiêu chuẩn mẫu và độ lệch tiêu chuẩn điều chỉnh mẫu.

1.2.3. Ước lượng.

Bài toán ước lượng khoảng đối với biến ngẫu nhiên có phân phối chuẩn.

Ước lượng khoảng kỳ vọng của biến ngẫu nhiên có phân phối chuẩn.

- *Trường hợp phương sai đã biết.*

Chọn thống kê $U = \frac{(\overline{X} - \mu).\sqrt{n}}{\sigma} \square N(0,1)$

Thực hiện phép thử để có mẫu cụ thể $(x_1, x_2, ..., x_n)$, tính được $\overline{x}$, ta tìm được khoảng ước lượng của kỳ vọng là $(x - \varepsilon; x + \varepsilon)$.

Với độ chính xác $\varepsilon = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}.U_{1-\frac{\alpha}{2}}$.

- *Trường hợp phương sai chưa biết.*

- $n \geq 30$.

Chọn thống kê $U = \frac{(\overline{X} - \mu).\sqrt{n}}{S'} \square N(0,1)$

Khi đó, ta cũng tìm được khoảng ước lượng của kỳ vọng là $(\overline{x} - \varepsilon; \overline{x} + \varepsilon)$.

Với $\varepsilon = \frac{S'}{\sqrt{n}}.U_{1-\frac{\alpha}{2}}$

- $n < 30$.

Chọn thống kê $T = \frac{(\overline{X} - \mu).\sqrt{n}}{S'} \square T(n-1)$

Thực hiện phép thử để có mẫu cụ thể $(x_1, x_2, ..., x_n)$, tính được $\overline{x}$, ta tìm được khoảng ước lượng của kỳ vọng là $(x - \varepsilon; x + \varepsilon)$.

Với $\varepsilon = \frac{S'}{\sqrt{n}} T_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)$

Ước lượng khoảng phương sai của biến ngẫu nhiên có phân phối chuẩn.

o *Trường hợp kỳ vọng đã biết.*

Chọn thống kê $\chi^2 = \frac{nS_o^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n)$

Trong đó : $\chi^2(n)$ là phân phối khi bình phương bậc tự do n.

$$S_o^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \mu)^2.n_i$$

Thực hiện phép thử để có mẫu cụ thể $(x_1, x_2, ..., x_n)$, tính được $s_o^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \mu)^2$, ta tìm được khoảng khoảng ước lượng phương sai là (σ_1^2, σ_2^2).

Với $\sigma_1^2 = \frac{ns_o^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n)}$, $\sigma_2^2 = \frac{ns_o^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n)}$

o *Trường hợp kỳ vọng chưa biết.*

Chọn thống kê $\chi^2 = \frac{(n-1)S'^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)$

Thực hiện phép thử để có mẫu cụ thể $(x_1, x_2, ..., x_n)$, tính được s'^2 ta tìm được khoảng khoảng ước lượng phương sai là (σ_1^2, σ_2^2).

Với $\sigma_1^2 = \frac{(n-1)s'^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)}$, $\sigma_2^2 = \frac{(n-1)s'^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)}$

1.2.4. Kiểm định giả thiết.

1.2.4.1. Các khái niệm chung về kiểm định, giả thiết thống kê.

o *Miền bác bỏ, các sai lầm và mức ý nghĩa của kiểm định giả thiết.*

Với α bé tùy ý cho trước $(\alpha \in (0,01; 0,05))$ ta tìm miền W_α sao cho $P(\hat{\theta} \in W_\alpha) = \alpha$.

W_α được gọi là *miền bác bỏ,* α được gọi là *mức ý nghĩa của kiểm định.*

Thực hiện phép thử đối với mẫu ngẫu nhiên $(X_1, X_2, ..., X_n)$, ta được mẫu cụ thể $(x_1, x_2, ..., x_n)$. Tính giá trị của $\hat{\theta}$ tại $(x_1, x_2, ..., x_n)$, ta được $\theta_o = \hat{\theta}(x_1, x_2, ..., x_n)$ (θ_o được gọi là *giá trị quan sát*).

Nếu $\theta_o \in W_\alpha$ thì bác bỏ giả thiết H_o, và thừa nhận giả thiết H_1.

Nếu $\theta_o \notin W_\alpha$ thì chấp nhận giả thiết H_o.

1.2.4.2. Bài toán kiểm định giả thiết của biến ngẫu nhiên.

o *Bài toán kiểm định giả thiết về kì vọng.*

Giả sử biến ngẫu nhiên X có $E(X) = \mu$ chưa biết. Ta đưa ra bài toán để kiểm định là $\begin{cases} H_o : \mu = \mu_o \\ H_1 : \mu \neq \mu_o (>, <) \end{cases}$ với mức ý nghĩa α.

▪ Trường hợp 1 : $D(X) = \sigma^2$ đã biết và $n \geq 30$ (hoặc n<30, X có phân phối chuẩn).

Chọn thống kê $U = \frac{(\overline{X} - \mu_0).\sqrt{n}}{\sigma}$

Nếu H_o đúng thì U có phân phối chuẩn tắc, tức $U \sim N(0,1)$

Với mức ý nghĩa α cho trước, ta tìm được miền bác bỏ W_α theo các giả thiết đối lập H_1 sau :

Nếu $H_1 : \mu \neq \mu_o$ thì $W_\alpha = (-\infty; -U_{1-\frac{\alpha}{2}}) \cup (U_{1-\frac{\alpha}{2}}, +\infty)$.

Nếu $H_1 : \mu < \mu_o$ thì $W_\alpha = (-\infty; -U_{1-\alpha})$.

Nếu $H_1 : \mu > \mu_o$ thì $W_\alpha = (U_{1-\alpha}, +\infty)$

Trong đó U_γ là phân vị chuẩn tắc với mức ý nghĩa γ.

Với mẫu cụ thể, ta tính được giá trị quan sát là $U_o = \frac{(\overline{x} - \mu_0).\sqrt{n}}{\sigma}$.

Kết luận : Nếu $U_o \in W_\alpha$ thì bác bỏ giả thiết H_o, chấp nhận H_1.

Nếu $U_o \notin W_\alpha$ thì chấp nhận giả thiết H_o, bác bỏ H_1.

- Trường hợp 2 : $\begin{cases} D(X) = \sigma^2 \text{ chưa biết} \\ n \geq 30 \end{cases}$

Chọn thống kê $U = \dfrac{(\overline{X} - \mu_0).\sqrt{n}}{S'}$

Nếu H_o đúng thì U có phân phối chuẩn tắc, tức $U \sim N(0,1)$

Với mức ý nghĩa α cho trước, ta tìm được miền bác bỏ W_α giống trường hợp 1.

Với mẫu cụ thể, ta tính được giá trị quan sát là $U_o = \dfrac{(\overline{x} - \mu_0).\sqrt{n}}{s'}$.

Kết luận : giống trường hợp 1.

- Trường hợp3 : $\begin{cases} D(X) = \sigma^2 \text{ chưa biết} \\ n < 30, \text{ X có phân phối chuẩn} \end{cases}$

Chọn thống kê $T = \dfrac{(\overline{X} - \mu_0).\sqrt{n}}{S'}$

Nếu H_o đúng thì T có phân phối Student với n-1 bậc tự do, tức $T \sim T(n-1)$.

Với mức ý nghĩa α cho trước, ta tìm được miền bác bỏ W_α theo các giả thiết đối lập H_1 sau :

Nếu $H_1 : \mu \neq \mu_o$ thì $W_\alpha = (-\infty; -T_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)) \cup (T_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1), +\infty)$.

Nếu $H_1 : \mu < \mu_o$ thì $W_\alpha = (-\infty; -T_{1-\alpha}(n-1))$.

Nếu $H_1 : \mu > \mu_o$ thì $W_\alpha = (T_{1-\alpha}(n-1), +\infty)$.

Trong đó $T_\gamma(n-1)$ là phân vị Student với mức ý nghĩa γ và (n-1) bậc tự do.

Với mẫu cụ thể, ta tính được giá trị quan sát là $T_o = \dfrac{(\overline{x} - \mu_0).\sqrt{n}}{s'}$.

Kết luận : Nếu $T_o \in W_\alpha$ thì bác bỏ giả thiết H_o, chấp nhận H_1.

Nếu $T_o \notin W_\alpha$ thì chấp nhận giả thiết H_o, bác bỏ H_1.

o *Bài toán kiểm định giả thiết về phương sai.*

Chọn thống kê $\chi^2 = \dfrac{(n-1)S'}{\sigma_o^2}$

Nếu H_o đúng thì χ^2 có phân phối $\chi^2 \sim \chi^2(n-1)$.

Với mức ý nghĩa α cho trước, ta tìm được miền bác bỏ W_α theo các giả thiết đối lập H_1 sau :

Nếu $H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_o^2$ thì $W_\alpha = (-\infty; \chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)) \cup (\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1), +\infty)$.

Nếu $H_1 : \sigma^2 < \sigma_o^2$ thì $W_\alpha = (-\infty; \chi^2_{1-\alpha}(n-1))$.

Nếu $H_1 : \sigma^2 > \sigma_o^2$ thì $W_\alpha = (\chi^2_\alpha(n-1), +\infty)$.

Trong đó $\chi^2_\gamma(n-1)$ là phân vị khi bình phương với mức ý nghĩa γ và (n-1) bậc tự do.

Với mẫu cụ thể, ta tính được giá trị quan sát là $\chi^2_o = \dfrac{(n-1)s'^2}{\sigma_o^2}$.

Kết luận : Nếu $\chi^2_o \in W_\alpha$ thì bác bỏ giả thiết H_o, chấp nhận H_1.

Nếu $\chi^2_o \notin W_\alpha$ thì chấp nhận giả thiết H_o, bác bỏ H_1.

CHƯƠNG 2
GIỚI THIỆU VỀ MAPLE

2.1. CÁC THAO TÁC ĐẦU TIÊN.

2.1.1. Nhập biểu thức.

- Dữ liệu : Maple cho phép nhập ba loại dữ liệu là lệnh, công thức và văn bản.
- Thực hiện lệnh : Mỗi lệnh trong Maple phải kết thúc bởi dấu chấm phẩy (;) hoặc dấu hai chấm (:).

Nhấn Enter để thực hiện lệnh trên dòng con trỏ.

Nếu lệnh kết thúc bằng dấu (;) thì kết quả hiển thị trên màn hình.

Nếu lệnh kết thúc bằng dấu (:) thì kết quả không hiển thị trên màn hình.

Nhấn Shift+Enter để nối lệnh với các dòng lệnh tiếp theo.

2.1.2. Toán tử, hàm và hằng.

2.1.2.1. Toán tử cơ bản.

Ký hiệu	Toán tử	Ví dụ
+	cộng	2+3
-	trừ	2-3
*	nhân	2*3
/	chia	2/3
!	giai thừa	2!
^ hoặc **	lũy thừa	2^3
iquo	hia phần nguyên	iquo(17,3)=5
irem	chia modulo	irem(17,3)=2

2.1.2.2. Hàm số cơ bản.

exp(x), ln(x), log10(x), log[b](x), round(x), trunc(x), frac(x), sqrt(x), abs(x), sin(x), cos(x), tan(x), cot(x), arcsin(x), arccos(x), arctan(x),

arccot(x), sinh(x), cosh(x), tanh(x), cotanh(x), arcsinh(x), arccosh(x), arctanh(x), arccotanh(x).

2.1.2.3. Hằng.

Pi	π
infinity	∞
exp(1)	e
gamma	hằng số Euler γ

2.1.2.4. Tính toán giá trị thập phân của biểu thức.

- Hàm evalf(<biểu thức số>,[<d>]) trả về giá trị thập phân của <biểu thức số>. Tham số tùy chọn <d> nếu có, sẽ xác định số chữ số phần thập phân.
- Biến Digits là biến hệ thống ấn định số chữ số có nghĩa.
- Ký hiệu % chỉ biểu thức cuối cùng.

2.2. PHÉP GÁN VÀ TÍNH TOÁN

2.2.1. Định danh.

Maple có thể làm việc với:

+ Số thực, số phức

+ Hàm và thủ tục

+ Tập hợp, danh sách, bảng

2.2.2. Phép gán.

Ký hiệu Ident là biến và Expr là biểu thức. Phép gán giá trị biểu thức Expr cho biến Ident như sau:

Ident:=Expr

- Từ khóa: là định danh riêng không được sử dụng khác.

2.2.3. Biến tự do và biến ràng buộc.

Các biến trong Maple có hai trạng thái: tự do (chưa sử dụng) hoặc ràng buộc (đã được gán biểu thức).

- Lệnh restart khởi tạo lại ngữ cảnh, giải phóng các biến (tất cả các biến đã sử dụng trở thành tự do).

2.2.4. Sử dụng dấu nháy.

2.3. CÁC PHÉP TOÁN CƠ BẢN.

2.3.1. Hàm khai triển expand.

+ Khai triển các biểu thức đa thức.

+ Khai triển các hàm lượng giác của n.x theo hàm đối số x.

2.3.2. Hàm phân tích factor.

Hàm factor phân tích biểu thức thành thừa số.

Chính xác hơn, hàm factor phân tích biểu thức đa thức thành thừa số sinh bởi các hệ số của nó.

2.3.3. Hàm normal.

Hàm Normal tối giản các phân thức hữu tỉ.

Khác với hàm factor, hàm normal không tối giản phân thức phi hữu tỉ.

2.3.4. Hàm simplify.

Hàm simplify là lệnh đơn giản biểu thức.

2.3.4.1. Dạng simplify (<Expr>,<Option>,symbolic).

Đơn giản biểu thức Expr, trong đó Options là tùy chọn.

Các quy tắc đơn giản hóa, cùng với tùy chọn Option cho ở dưới đây:

- Biểu thức mũ: power
- Biểu thức căn: radical
- Biểu thức căn bậc 2: sqrt
- Biểu thức lượng giác: trig

2.3.4.2. Dạng simlify không có tùy chọn

2.3.4.3. Dạng simplify với quy tắc đơn giản riêng.

2.3.5. Đơn giản căn thức.

2.4. HÀM TRONG MAPLE.

2.4.1. Hàm 1 biến.

2.4.2. Hàm nhiều biến.

2.4.3. Phân biệt hàm và biểu thức.

- Hàm subs(x=a,p): gán giá trị x:=a cho biểu thức p, trong đó p là biểu thức theo biến tự do x.

2.4.4. Chuyển đổi hàm và biểu thức.

- Hàm unapply(p,x,…) trả về hàm được gán giá trị biểu thức p theo biến x,…

2.5. ĐỐI TƯỢNG TRONG MAPLE.

2.5.1. Các biểu thức cơ bản.

2.5.1.1. Kiểu +, * và ^.

- Kiểu +: là các biểu thức dạng x+y, x-y, x+y-z với x, y, z là các biểu thức.
- Kiểu *: là các biểu thức dạng x*y, x*y*z, x*y/z với x, y, z là các biểu thức.
- Kiểu ^: là các biểu thức dạng x^y, 1/x với x, y là các biểu thức.

2.5.1.2. Các hàm whattype, op, nops

2.5.1.3. Kiểu hàm.

2.5.2. Biểu thức dãy.

2.5.3. Tập hợp và danh sách.

2.5.3.1. Toán tử { } và [ ].

2.5.3.2. Các phép toán tập hợp.

Cho tập hợp E1 và E2.

- E1 union E2 trả về hợp của E1 và E2.
- E1 intersect E2 trả về giao của E1 và E2.
- E1 minus E2 trả về hiệu của E1 và E2.

2.5.3.3. Các phép toán danh sách.

CHƯƠNG 3
ỨNG DỤNG MAPLE TRONG DẠY THỐNG KÊ

3.1. THƯ VIỆN THỐNG KÊ.

3.1.1. Tổng quan về gói stats[statevalf].

Cú pháp nạp gói lệnh:

```
> with(stats) :
> with(statevalf ) :
```

Chức năng: Gói stats[statevalf] dùng để tính toán các giá trị cụ thể các hàm của biến ngẫu nhiên có phân phối nào đó.

Cú pháp các lệnh trong gói stats[statevalf]:

command[distribution](arguments)

Trong đó:

+ command: lệnh
+ distribution: phân phối.
+ arguments: Các đối số.

Danh sách các lệnh của gói stats[statevalf]:

- Danh sách lệnh có sẵn cho biến ngẫu nhiên liên tục.
  - cdf: hàm phân phối xác suất
  - icdf: hàm ngược hàm phân phối xác suất.
  - pdf: hàm mật độ xác suất.
- Danh sách lệnh có sẵn cho biến ngẫu nhiên rời rạc.
  - dcdf: hàm phân phối xác suất rời rạc.
  - idcdf: hàm ngược hàm phân phối xác suất rời rạc.
  - pf: hàm xác suất.

3.1.2. Tổng quan về gói thống kê stats[describe].

Cú pháp nạp gói lệnh:

```
> with(stats) :
> with(describe ) :
```


Chức năng: gói stats[describe] cung cấp các lệnh để tính toán các tham số đặc trưng của dữ liệu thống kê.

Cách gọi lệnh trong gói stats[describe]:

command(arguments)

Trong đó:

+ command: lệnh
+ arguments: Các đối số.

Danh sách các lệnh trong gói stats[describe]:

3.1.2.1. Lệnh count.

Cú pháp:

count(data)

trong đó:

data: dữ liệu thống kê, với data được nhập dưới dạng list.

3.1.2.2. Lệnh mean.

Cú pháp:

mean(data)

3.1.2.3. Lệnh variance.

Cú pháp:

variance(data)

variance[Nconstraints](data)

3.1.2.4. Lệnh standarddeviation.

Cú pháp:

standarddeviation(data)

standarddeviation[Nconstraints]](data)

3.1.2.5. Lệnh median.

Cú pháp:

median(data)

31.2.6. Lệnh mode.

Cú pháp:

mode(data)

3.1.3. Tổng quan về gói lệnh stats[statplots].

Cú pháp nạp gói lệnh:

> $with(stats)$:

> $with(statplots)$:

Chức năng: Với gói lệnh stats[statplot] cung cấp các loại đồ thị để minh họa cho các dữ liệu thống kê.

3.1.3.1. Biểu đồ tổ chức tần số (Histogram).

Cú pháp:

histogram(data,options)

trong đó:

+ data: dữ liệu thống kê.

+ options: các tùy chọn trong đồ thị.

3.1.3.2. Đồ thị phân tán.

Cú pháp:

scatterplot(data,options)

trong đó:

+ data: dữ liệu thống kê.

+ options: các tùy chọn trong đồ thị.

3.2. CÁC BÀI TOÁN THỐNG KÊ.

3.2.1. Bài toán 1 (Ước lượng khoảng kỳ vọng).

3.2.1.1. Phát biểu bài toán.

3.2.1.2. Quy trình giải bằng Maple.

a. Trường hợp phương sai $D(X)=\sigma^2$ đã biết.

- Tính kích thước mẫu (n).
- Tính trung bình mẫu ($\bar{x}$)

- Tính phân vị chuẩn mức ý nghĩa $1-\frac{\alpha}{2}$ ($U_{1-\frac{\alpha}{2}}$)
- Tính độ chính xác $\varepsilon=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}.U_{1-\frac{\alpha}{2}}$
- Khoảng tin cậy $(\bar{x}-\varepsilon;\bar{x}+\varepsilon)$.

b. Trường hợp phương sai D(X) chưa biết.

- Tính kích thước mẫu (n).
- Tính trung bình mẫu ($\bar{x}$)
- Tính độ lệch chuẩn mẫu điều chỉnh (s')
- Tính phân vị chuẩn mức ý nghĩa $1-\frac{\alpha}{2}$ ($U_{1-\frac{\alpha}{2}}$) nếu $n\geq 30$

hoặc tính phân vị Student mức ý nghĩa $1-\frac{\alpha}{2}$ và (n-1) bậc tự do ($T_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)$) nếu n<30.

- Tính độ chính xác $\varepsilon=\frac{s'}{\sqrt{n}}.U_{1-\frac{\alpha}{2}}\left(\varepsilon=\frac{s'}{\sqrt{n}}.T_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)\right)$
- Khoảng tin cậy $(\bar{x}-\varepsilon;\bar{x}+\varepsilon)$.

3.2.1.3. Ví dụ.

3.2.2. Bài toán 2 (Ước lượng khoảng phương sai).

3.2.2.1. Phát biểu bài toán.

3.2.2.2. Quy trình giải bằng Maple.

a. Trường hợp $E(X)=\mu$ đã biết.

- Tính kích thước mẫu (n).
- Tính $s_o^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2.n_i$

- Tính phân vị khi bình phương, bậc tự do n, mức $\frac{\alpha}{2}, 1-\frac{\alpha}{2}$ ($\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n), \chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n)$).

- Khoảng tin cậy $\left(\frac{ns_o^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n)}, \frac{ns_o^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n)} \right)$.

b. *Trường hợp kỳ vọng $E(X)=\mu$ chưa biết.*

- Tính kích thước mẫu (n).

- Tính phương sai mẫu điều chỉnh.

- Tính phân vị khi bình phương, bậc tự do n-1, mức $\frac{\alpha}{2}, 1-\frac{\alpha}{2}$ ($\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1), \chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)$).

- Khoảng tin cậy $\left(\frac{(n-1)s'^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)}, \frac{(n-1)s'^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)} \right)$.

3.2.2.3. Ví dụ.

3.2.3. Bài toán 3 (Kiểm định kỳ vọng).

3.2.3.1. Phát biểu bài toán.

3.2.3.2. Quy trình giải bằng Maple.

a. Trường hợp $D(X)=\sigma^2$ đã biết và $n \geq 30$ (hoặc n<30, X có phân phối chuẩn).

- Xác định bài toán kiểm định.

- Tính trung bình mẫu.

- Xác định miền bác bỏ

+ Nếu $H_1: \mu \neq \mu_o$ thì $W_\alpha = (-\infty; -U_{1-\frac{\alpha}{2}}) \cup (U_{1-\frac{\alpha}{2}}, +\infty)$.

+ Nếu $H_1: \mu < \mu_o$ thì $W_\alpha = (-\infty; -U_{1-\alpha})$.

+ Nếu $H_1: \mu > \mu_o$ thì $W_\alpha = (U_{1-\alpha}, +\infty)$

- Tính giá trị $U_o = \frac{(\bar{x}-\mu_0).\sqrt{n}}{\sigma}$

- Kết luận : Nếu $U_o \in W_\alpha$ thì bác bỏ giả thiết H_o, chấp nhận H_1.

Nếu $U_o \notin W_\alpha$ thì chấp nhận giả thiết H_o, bác bỏ H_1.

b. Trường hợp $\begin{cases} D(X)=\sigma^2 \text{ chưa biết} \\ n \geq 30 \end{cases}$

- Xác định bài toán kiểm định.

- Tính trung bình mẫu.

- Xác định miền bác bỏ

+ Nếu $H_1: \mu \neq \mu_o$ thì $W_\alpha = (-\infty; -U_{1-\frac{\alpha}{2}}) \cup (U_{1-\frac{\alpha}{2}}, +\infty)$.

+ Nếu $H_1: \mu < \mu_o$ thì $W_\alpha = (-\infty; -U_{1-\alpha})$.

+ Nếu $H_1: \mu > \mu_o$ thì $W_\alpha = (U_{1-\alpha}, +\infty)$

- Tính giá trị $U_o = \frac{(\bar{x}-\mu_0).\sqrt{n}}{s'}$

- Kết luận : Nếu $U_o \in W_\alpha$ thì bác bỏ giả thiết H_o, chấp nhận H_1.

Nếu $U_o \notin W_\alpha$ thì chấp nhận giả thiết H_o, bác bỏ H_1.

c. Trường hợp $\begin{cases} D(X)=\sigma^2 \text{ chưa biết} \\ n < 30, \text{ X có phân phối chuẩn} \end{cases}$

- Xác định bài toán kiểm định.

- Tính trung bình mẫu.

- Xác định miền bác bỏ

+Nếu $H_1: \mu \neq \mu_o$ thì $W_\alpha = (-\infty; -T_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)) \cup (T_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1), +\infty)$.

+ Nếu $H_1: \mu < \mu_o$ thì $W_\alpha = (-\infty; -T_{1-\alpha}(n-1))$.

+ Nếu $H_1: \mu > \mu_o$ thì $W_\alpha = (T_{1-\alpha}(n-1), +\infty)$.

- Tính giá trị $T_o = \dfrac{(\bar{x} - \mu_0).\sqrt{n}}{s'}$

- Kết luận : Nếu $T_o \in W_\alpha$ thì bác bỏ giả thiết H_o, chấp nhận H_1.

Nếu $T_o \notin W_\alpha$ thì chấp nhận giả thiết H_o, bác bỏ H_1.

3.2.3.3. Ví dụ.

3.2.4. Bài toán 4 (Kiểm định phương sai).

3.2.4.1. Phát biểu bài toán.

3.2.4.2. Quy trình giải bằng Maple.

- Tính phương sai mẫu điều chỉnh.

- Xác định miền bác bỏ

+Nếu $H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_o^2$ thì $W_\alpha = (-\infty; \chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)) \cup (\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1), +\infty)$.

+ Nếu $H_1 : \sigma^2 < \sigma_o^2$ thì $W_\alpha = (-\infty; \chi^2_{1-\alpha}(n-1))$.

+ Nếu $H_1 : \sigma^2 > \sigma_o^2$ thì $W_\alpha = (\chi^2_\alpha(n-1), +\infty)$.

- Tính giá trị quan sát là $\chi^2_o = \dfrac{(n-1)s'^2}{\sigma_o^2}$.

- Kết luận : Nếu $\chi^2_o \in W_\alpha$ thì bác bỏ giả thiết H_o, chấp nhận H_1.

Nếu $\chi^2_o \notin W_\alpha$ thì chấp nhận giả thiết H_o, bác bỏ H_1.

3.2.4.3. Ví dụ.

KẾT LUẬN

Qua một thời gian tìm hiểu, tiếp cận và nghiên cứu về Maple, luận văn đã được hoàn thành và đạt được mục tiêu nghiên cứu đề tài với những kết quả cụ thể sau :

- Tổng quan và hệ thống một cách khá đầy đủ về lý thuyết xác suất và thống kê.
- Giới thiệu sơ lược về Maple, những thao tác cơ bản trong Maple để người học có thể tiếp cận với Maple nhanh chóng và dễ dàng.
- Ứng dụng Maple trong dạy thống kê với những bài toán cụ thể, phù hợp với chương trình giảng dạy của bản thân và người học.

Với những gì nghiên cứu được, luận văn sẽ là một tài liệu tham khảo hữu ích cho bản thân khi tiếp tục đi sâu nghiên cứu sau này và hy vọng cũng là nguồn tư liệu tốt cho những ai quan tâm nghiên cứu về Maple.