BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐẠI HỌC ĐÀ NẴNG

MAI QUỐC TOẢN

LÔGIC MỜ VÀ CÁC ỨNG DỤNG CỦA NÓ

Chuyên ngành: Phương pháp Toán sơ cấp
Mã số: 60.46.40

TÓM TẮT LUẬN VĂN THẠC SĨ KHOA HỌC

Đà Nẵng - Năm 2011

Công trình được hoàn thành tại
ĐẠI HỌC ĐÀ NẴNG

Người hướng dẫn khoa học: **PGS.TS. NGUYỄN GIA ĐỊNH**

Phản biện 1: **TS. NGUYỄN NGỌC CHÂU**

Phản biện 2: **PGS.TS. TRẦN ĐẠO DÕNG**

Luận văn được bảo vệ trước hội đồng chấm Luận văn tốt nghiệp thạc sĩ khoa học họp tại Đại học Đà Nẵng vào ngày 18 tháng 8 năm 2011.

Có thể tìm hiểu luận văn tại:

- Trung tâm thông tin - Học liệu, Đại học Đà Nẵng
- Thư viện trường Đại học sư phạm, Đại học Đà Nẵng.

MỞ ĐẦU

1. Lý do chọn đề tài

Cách mạng khoa học kỹ thuật về cơ khí ra đời đã đem đến năng suất lao động mới và sự phát triển kinh tế xã hội có tính cách mạng. Ngày nay chúng ta vẫn tiếp tục chứng kiến những thành tựu nghiên cứu phát triển các công cụ, thiết bị với công nghệ hiện đại, đặc biệt các thiết bị và dây chuyền sản xuất tự động hoá nhằm tăng năng suất và thay thế sức lao động của con người.

Theo lôgic tự nhiên, sự phát triển khoa học và kỹ thuật lại dẫn đến khả năng ‘kéo dài’ năng lực tư duy, suy luận của con người. Thế giới hiện thực và tri thức khoa học cần khám phá là vô hạn và là những hệ thống cực kỳ phức tạp, nhưng ngôn ngữ mà năng lực tư duy và tri thức của chúng ta sử dụng làm phương tiện nhận thức và biểu đạt lại chỉ hữu hạn. Lịch sử phát triển sáng tạo của loài người chỉ ra rằng phương tiện ngôn ngữ tuy hữu hạn nhưng đủ để cho con người mô tả, nhận thức các sự vật, hiện tượng để tồn tại và phát triển. Như là một hệ quả tất yếu của việc sử dụng một số lượng hữu hạn các từ ngữ của một ngôn ngữ tự nhiên để mô tả tính vô hạn các sự vật hiện tượng, để nhận thấy rằng hầu hết các bài toán liên quan đến hoạt động nhận thức, trí tuệ của con người đều hàm chứa những đại lượng, thông tin mà bản chất là không chính xác, không chắc chắn, không đầy đủ. Sẽ chẳng bao giờ có các thông tin, dữ liệu cũng như các mô hình toán-lý đầy đủ và chính xác cho các bài toán dự báo thời tiết. Và nhìn chung con người luôn ở trong bối cảnh thực tế là không thể có thông tin đầy đủ và chính xác cho các hoạt động lấy quyết định của mình và cũng không thể hy vọng có những quyết định đúng đắn và chính xác như các mệnh đề, định luật trong khoa học toán-lý hay nói chung khoa học tự nhiên.

Như vậy có thể thấy có rất nhiều vấn đề rộng lớn trong thực tiễn, liên quan đến hầu hết các lĩnh vực khoa học kỹ thuật, nhiều hay ít đều hàm chứa những yếu tố có bản chất không đầy đủ, không chắc chắn.

Phát hiện thấy nhu cầu tất yếu ấy, năm 1965 L.A. Zadeh đã sáng tạo ra lý thuyết tập mờ và đặt nền móng cho việc xây dựng một loạt các lý thuyết quan trọng dựa trên cơ sở lý thuyết tập mờ. Kể từ đây một trào lưu khoa học lấy tính không chắc chắn, không chính xác làm triết lý để nghiên cứu sáng tạo đã phát triển mạnh mẽ và người ta đánh giá rằng những công trình của Zadeh như là một trong những phát minh quan trọng có tính chất bùng nổ và đang hứa hẹn giải quyết được nhiều vấn đề phức tạp và to lớn của thực tiễn. Như một nhà khoa học hệ thống tổng quát Mỹ George Klir đã nhận định *chỉ cần làm chủ một chút tính không chắc chắn cũng có thể giải quyết được những vấn đề rất to lớn*.

Tuy mục tiêu nguyên thuỷ của việc ra đời lý thuyết tập mờ là ứng dụng tự động hoá các hoạt động tư duy của con người, nhưng về mặt lý thuyết nó lại là một sự mở rộng rất đẹp đẽ của khái niệm tập hợp kinh điển. Như chúng ta đã biết, lý thuyết tập hợp kinh điển là cơ sở, nền tảng cho việc hình thức hoá một cách nhất quán và cho sự phát triển của các ngành toán học và do đó cho các ngành khoa học khác. Như là một hệ quả lôgic, hầu như tất cả các ngành khoa học này có người em sinh đôi được mở rộng và phát triển trên cơ sở lý thuyết tập mờ. Chẳng hạn như giải tích mờ, lý thuyết các hệ vi tích phân mờ, tôpô mờ, lý thuyết nhóm mờ, lý thuyết điều khiển mờ, ...

2. Mục đích nghiên cứu

Xuất phát từ nhu cầu phát triển của lôgic mờ và các ứng dụng của nó, chúng tôi quyết định chọn đề tài với tên: ***Lôgic mờ và các ứng dụng của nó*** để tiến hành nghiên cứu. Chúng tôi hy vọng tạo được một tài liệu tham khảo tốt cho những người bắt đầu tìm hiểu về *Hệ mờ và ứng dụng* và hy vọng tìm ra được một số ví dụ minh hoạ đặc sắc nhằm góp phần làm phong phú thêm các kết quả trong lĩnh vực này.

3. Đối tượng và phạm vi nghiên cứu

Đối tượng nghiên cứu của đề tài là lôgic mờ và một số ứng dụng của nó như là tôpô mờ, giải tích mờ, tối ưu hoá mờ, độ đo mờ, tích phân mờ và bài toán lấy quyết định nhóm.

Phạm vi nghiên cứu của đề tài là hệ mờ và các ứng dụng.

4. Phương pháp nghiên cứu

- Thu thập các bài báo và tài liệu khoa học của các tác giả nghiên cứu liên quan đến hệ mờ và các ứng dụng.
- Tham gia các buổi Seminar hằng tuần để trao đổi các kết quả đang nghiên cứu.

5. Ý nghĩa khoa học và thực tiễn của đề tài

- Tổng quan các kết quả của các tác giả đã nghiên cứu liên quan đến lôgic mờ và các ứng dụng của nó.
- Làm rõ các kết quả cũng như đưa ra một số ví dục minh họa đặc sắc nhằm làm cho người đọc dễ dàng tiếp cận vấn đề được đề cập

6. Cấu trúc của luận văn

Bố cục của luận văn bao gồm: mục lục, mở đầu, nội dung chính, kết luận và tài liệu tham khảo. Nội dung chính của luận văn được chia làm 3 chương:

Chương 1 : Những kiến thức cơ bản về Lôgic mờ

Chương này trình bày vắn tắt những kiến thức cơ sở về lôgic mờ như Lý thuyết tập mờ, phép kéo theo, suy luận xấp xỉ và suy diễn mờ, mô hình mờ và và phương pháp lập luận mờ.

Chương 2 : Ứng dụng Lôgic mờ trong toán học

Chương này tôi sẽ trình bày ứng dụng lôgic mờ trong toán học. Cụ thể là, tôpô mờ, giải tích mờ, bài toán tối ưu hoá mờ, độ đo mờ, tích phân mờ, một số ứng dụng.

Chương 3 : Bài toán lấy quyết định nhóm

Chương này sẽ trình bày về Lôgic mờ và bài toán lấy quyết định nhóm cụ thể là số mờ và biến ngôn ngữ, giới thiệu bài toán lấy quyết định nhóm, một số phương pháp và mô hình hoá bài toán, thiết lập bài toán, quá trình lấy quyết, định nhóm, hệ tiên đề.

Chương 1
NHỮNG KIẾN THỨC CƠ BẢN VỀ LÔGIC MỜ

1.1. MỘT SỐ KHÁI NIỆM CƠ BẢN VỀ LÔGIC MỜ
1.2. LÝ THUYẾT TẬP MỜ
1.2.1. Một số khái niệm cơ bản:
1.2.1.1. Hàm phủ định:

Định nghĩa 1.1. Hàm n: $[0, 1]\to[0, 1]$ không tăng thỏa mãn các điều kiện n(0)=1, n(1)=0, gọi là hàm phủ định.

Định nghĩa 1.2.

a/ Hàm phủ định n là chặt (strict) nếu nó là hàm liên tục và giảm chặt.

b/ Hàm phủ định n là mạnh (strong) nếu nó là chặt và thoả mãn n(n(x))=x, với mọi $x\in[0,1]$

1.2.1.2. Các phép toán t-chuẩn T và t-đối chuẩn S:

Định nghĩa 1.3. Hàm T: $[0,1]^2\to[0,1]$ được gọi là một t- chuẩn (t-norm) nếu nó thoả mãn các điều kiện sau:

+/ T(1,x)=x, $\forall x\in[0,1]$;

+/ T có tính giao hoán, tức là: T(x,y)=T(y,x), $\forall x,y\in[0,1]$;

+/ T không giảm theo nghĩa: $T(x,y)\le T(u,v)$, $\forall x,y,u,v\in[0,1],\ x\le u,\ y\le v$;

+/ T có tính kết hợp: T(x,T(y,z))=T(T(x,y),z), $\forall x,y,z\in[0,1]$.

Từ các tiên đề trên ta có thể suy ra được: T(0,x)=0, $\forall x\in[0,1]$và tính kết hợp đảm bảo tính thác triển duy nhất cho hàm nhiều biến.

Định nghĩa 1.4. Hàm S: $[0,1]^2\to[0,1]$ được gọi là t- đối chuẩn (t-conorm) nếu nó thoả mãn các điều kiện sau:

+/ S(0,x)=x, $\forall x\in[0,1]$;

+/ S có tính giao hoán, tức là: S(x,y)=S(y,x), $\forall x,y\in[0,1]$;

+/ S không giảm theo nghĩa: $S(x,y)\le S(u,v)$, $\forall x,y,u,v\in[0,1],\ x\le u,\ y\le v$;

+/ T có tính kết hợp: S(x,S(y,z))=S(S(x,y),z), $\forall x,y,z\in[0,1]$.

Từ trên ta có thể suy ra S(1,x)= 1, $\forall x\in[0,1]$

Với hai hàm t-chuẩn T, hàm S xác định bởi S(x,y)= 1- T(1-x, 1-y) là một T- đối chuẩn. Tương tự, với hàm t đối chuẩn S, hàm T xác định bởi T(x,y)= 1- S(1-x, 1-y) là một t- chuẩn.

1.2.2. Một số quy tắc thường dùng:

Định nghĩa 1.5. (Tính luỹ đẳng) Ta nói T là luỹ đẳng nếu T(x,x)=x, $\forall x \in [0,1]$, S là luỹ đẳng nếu S(x,x)=x, $\forall x \in [0,1]$

Mệnh đề 1.1. T là luỹ đẳng khi và chỉ khi T(x,y)=min(x,y), $\forall x, y \in [0,1]$.

S là lũy đẳng khi và chỉ khi S(x,y)= max(x,y), $\forall x, y \in [0,1]$.

Định nghĩa 1.6.Có hai dạng định nghĩa hấp thụ suy rộng từ lý thuyết tập hợp:

(1): T(S(x,y),x)=x, $\forall x, y \in [0,1]$,

(2): S(T(x,y),x)=x, $\forall x, y \in [0,1]$.

Mệnh đề 1.2.

Định nghĩa 1.7. (Tính phân phối) Có hai biểu thức xác định tính phân phối:

(1): S(x,T(y,z))=T(S(x,y),S(x,z)), $\forall x, y, z \in [0,1]$,

(2): T(x,S(y,z))=S(T(x,y),T(x,z)), $\forall x, y, z \in [0,1]$.

Mệnh đề 1.3.

Định nghĩa 1.8. Cho T là t- chuẩn, S là t- đối chuẩn, n là phép phủ định chặt. Ta nói bộ ba (T, S, n) là một bộ ba De Morgan nếu: n(S(x,y))=T(n(x),n(y)).

1.2.3. Định nghĩa tập mờ và các phép toán cơ sở:

1.2.3.1 Định nghĩa tập mờ và ngữ nghĩa khái niệm mờ:

Định nghĩa 1.9. Cho E là một tập hợp, A được gọi là một tập mờ trong E nếu

A= $\{(x, \mu_A(x)) | x \in E\}$, trong đó $\mu_A : E \to [0,1]$.

Hàm μ_A gọi là hàm thuộc của A, μ_A là một giá trị trong [0,1] gọi là độ thuộc của x trong A.

1.2.3.2. Các phép toán cơ sở.

1.2.4. Đồ thị mờ và quan hệ mờ:

a) Đồ thị mờ (fuzzy graph): Cho E_1 và E_2 là hai tập hợp. Tập mờ G trong tích Descartes E_1 x E_2 với hàm thuộc: $\mu_G : E_1 \times E_2 \to [0,1]$, được gọi là một đồ thị mờ.

b) Quan hệ mờ (Fuzzy relation): Một đồ thị mờ có thể gọi theo cách khác là một quan hệ mờ. Giả sử G là quan hệ mờ trong $\prod_{i=1}^{n} E_i$. Khi đó G được gọi là một quan hệ mờ n ngôi.

c) Các phép toán trên quan hệ mờ:

Hợp thành min- max.

Hợp thành *-max.

1.3. PHÉP KÉO THEO.

Định nghĩa 1.10. Phép kéo theo là một hàm I: $[0,1]^2 \rightarrow [0,1]$ thoả mãn các điều kiện sau:

1. Nếu $x \leq z$ thì $I(x,y) \geq I(z,y)$, với mọi $y \in [0,1]$
2. Nếu $y \leq u$ thì $I(x,y) \leq I(x,u)$, với mọi $x \in [0,1]$
3. I(0,x)= 1, với mọi $x \in [0,1]$
4. I(x,1)= 1, với mọi $x \in [0,1]$
5. I(1,0)=0.

1.3.1. Tính chất:

1. I(1,x)=x, $\forall x \in [0,1]$.

2. I(x,I(y,z))=I(y,I(x,z)), đây là qui tắc đổi chỗ trên cơ sở sự tương đương giữa hai mệnh đề: "If P_1 then (If P_2 then P_3)" và "If ($P_1$and P_2) then P_3".

3. $x \leq y$ nếu và chỉ nếu I(x,y)=1. Tiên đề nà biểu thị ý: Phép kéo theo xác lập một thứ tự

4. I(x,0)=n(x), n(x) là một phép phủ định mạnh. Tiên đề này phản ánh mệnh đề sau, từ lôgic cổ điển $P \Rightarrow Q = \neg P$ nếu v(Q)= 0

5. $I(x,y) \geq y$, $\forall x, y \in [0,1]$.

6. I(x,x)=1, $\forall x \in [0,1]$.

7. I(x,y)=I(n(y),n(x)), n(x) là phép phủ định mạnh. Điều kiện này phản ánh phép suy rộng ngược trong lôgic cổ điển $(P \Rightarrow Q) = (\neg Q \Rightarrow \neg P)$

8. I là một hàm liên tục trên $[0,1]^2$.

1.3.2. Một số hàm kéo theo cụ thể: Cho T là t- chuẩn, S là t- đối chuẩn, n là phép phủ định mạnh.

Định nghĩa 1.11. Hàm I_{S1}:[0,1]x[0,1]$\rightarrow$[0,1] được xác định bởi:

$I_{S1}(x,y)=S(n(x),y)$

là một phép kéo theo, gọi là dạng kéo theo thứ nhất

Định nghĩa 1.12. Hàm I_T:[0,1]x[0,1]$\rightarrow$[0,1] được xác định bởi:

$I_T(x,y)= \sup \{u:T(x,u)\leq y\}, u\in [0,1]$

là một phép kéo theo, gọi là dạng kéo theo thứ hai.

Định nghĩa 1.13. Cho (T,S,n) là bộ ba DeMorgan,với n là phép phủ định mạnh. Hàm I_S:[0,1]x[0,1]$\rightarrow$[0,1] được xác định bởi: $I_S(x,y)= S(T(x,y),n(x))$.

là một phép kéo theo, gọi là dạng kéo theo thứ ba.

1.4. SUY LUẬN SẤP XỈ VÀ SUY DIỄN MỜ

1.4.1. Suy luận xấp xỉ và suy diễn mờ:

Định nghĩa 1.14. Suy luận xấp xỉ hay còn gọi là suy luận mờ, đó là quá trình suy ra những kết luận dưới dạng các mệnh đề mờ trong điều kiện các qui tắc, các luật, các dữ liệu đầu vào cho trước không hoàn toàn xác định.

1.4.2. Các ví dụ bằng số.

1.5. MÔ HÌNH MỜ VÀ PHƯƠNG PHÁP LẬP LUẬN MỜ.

1.5.1. Mô hình mờ:

1.5.2. Phương pháp lập luận mờ:

Gọi "X=A_0"là input của mô hình, phương pháp lập luận mờ để tính Y= B_0 là output của mô hình gồm các bước sau:

Bước 1: *Xây dựng các mối quan hệ R_i giữa hai biến X và Y trên các mô tả A_i, B_i (i=1,...,n) của chúng.* Chúng ta xem các khái niệm mờ A_i, B_i là các nhãn của các tập mờ biểu thị ngữ nghĩa của A_i , B_i.

Mỗi mệnh đề IF...THEN trong mô hình mờ có thể biểu diễn thành một phép kéo theo trong một hệ lôgic nào đó và được viết là: $\mu_{A_i}(u)\rightarrow\mu_{B_i}(v)$ với $\mu_{A_i}(u)$ và $\mu_{B_i}(v)$ là các hàm thuộc của các tập mờ A_i, B_i (i=1,..,n) trên các không gian tham chiếu U và V. Khi u và v biến thiên, biểu thức này xác định một quan hệ mờ R_i: U x V$\rightarrow[0,1]$. Như vậy mỗi mệnh đề trong mô hình mờ xác định một quan hệ mờ.

Bước 2: *Thực hiện phép kết nhập các quan hệ mờ thu được.*

Phép kết nhập được thực hiện bằng các công thức: $R=T_{i=1}^{n}R_i$, trong *T* là một phép t-chuẩn hay t- đối chuẩn nào đó. Chẳng hạn, R= $\wedge_{i=1}^{n}R_i$ hay R_i=$\vee_{i=1}^{n}R_i$, với $\wedge$ và $\vee$ là các phép min, max thông thường.

Việc kết nhập như vậy đảm bảo R chứa thông tin được cho bởi các mệnh đề IF...THEN có trong mô hình mờ.

Bước 3: *Tính output*: Tính B_0 theo công thức $B_0 = A_0 \circ R$, trong đó $\circ$ là một phép hợp thành nào đó (chẳng hạn phép hợp thành max, min) giữa hai quan hệ A_0 và R.

Kết quả thu được B_0 là một tập mờ. Do đó ta cần phải khử mờ.

1.5.3. Khử mờ:

a/ Phương pháp trọng tâm: $Y = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} b_i \mu_B(b_i)}{\sum_{i=1}^{n} \mu_B(b_i)}, \quad \forall b_i \in B, \; i = 1,\dots,n$

b/ Phương pháp lấy trung bình các điểm cực đại: $Y = \dfrac{\sum_{i=1}^{m} b_i}{m}, \quad \forall b_i \in B, \; i = 1,\dots,m$

trong đó *m* là số điểm cực đại của $\mu_B(b)$, b_i là các điểm mà hàm μ_B đạt cực đại.

c/ Phương pháp điểm giữa của các điểm cực đại: $Y = \dfrac{1}{2}(b' + b'')$

trong đó *b'* là điểm bé nhất mà $\mu_B(b)$ đạt cực đại và *b''* là điểm lớn nhất mà $\mu_B(b)$ đạt cực đại.

d/ Phương pháp tam giác: Với các hàm $\mu_B(b)$ có dạng hình tam giác thì giá trị của *b* mà tại đó $\mu_B(b)$ đạt giá trị cực đại được xem là giá trị khử mờ.

1.5.4. Những yếu tố ảnh hưởng đến kết quả tính toán của phương pháp lập luận mờ:

Ta nhận thấy có nhiều phương pháp lập luận mờ. Mỗi phương pháp đều phụ thuộc vào các yếu tố sau:

+ Việc chọn các hàm thuộc dùng để biểu diễn ngữ nghĩa của các khái niệm mờ.
+ Việc chọn toán tử kéo theo để tính toán các quan hệ mờ R_i,
+ Việc chọn phương pháp kết nhập (toán tử kết nhập),
+ Việc chọn phép tính hợp thành $\circ$,
+ Và cuối cùng là phụ thuộc vào phương pháp khử mờ.

Chương 2
ỨNG DỤNG LÔGIC MỜ TRONG TOÁN HỌC MỜ

2.1. TÔPÔ MỜ

Cho *X* là một tập hợp bất kỳ; I=[0,1] là đoạn thẳng đơn vị. Kí hiệu *FP(X)* là tập tất cả các tập mờ của *X*.

Định nghĩa 2.1. Một họ các tập mờ $T \subseteq FP(X)$ được gọi là tôpô mờ nếu nó thoả mãn các tiên đề sau:

a) $\phi, X \in T$,

b) Nếu $\underline{A}, \underline{B} \in T$ thì $\underline{A} \cap \underline{B} \in T$,

c) Nếu $\underline{A}_i \in T$ với $\forall i \in \zeta$ thì $\bigcup_{i\in\zeta} \underline{A}_i \in T$.

Cặp *(X, T)* gọi là không gian tôpô theo nghĩa "kinh điển"

Một ánh xạ $Cl : FP(X) \to FP(X)$, được gọi là một toán tử lấy bao đóng nếu nó thoả mãn:

a) $Cl(\phi) = \phi$,

b) $Cl(Cl(\underline{A})) = CL(\underline{A})$,

c) $Cl(\underline{A}) \supseteq \underline{A}$,

d) $Cl(\underline{A} \cup \underline{B}) = \underline{A} \cup Cl(\underline{B})$.

Tương tự như trong trường hợp tôpô kinh điển, toán tử *Cl* sẽ cảm sinh một tôpô $T_{Cl} = \{\underline{A} \in FP(X) | \underline{A} = C(Cl(C\underline{A}))\}$, với $C\underline{A}$ là phần bù của $\underline{A}$ trong *X*, tức là $\mu_{C\underline{A}}(x) = 1 - \mu_{\underline{A}}(x)$ (tổng quát, $\mu_{L\underline{A}}(x) = n(\mu_{\underline{A}}(x))$, với n là một phép phủ định).

Lân cận của một điểm mờ: Tập mờ $x_i \in FP(X)$ với $x \in X$, $\mu_{x_i}(x) = t,\ \mu_{x_i}(y) = 0,\ x \neq y$ được gọi là một điểm mờ trong *FP(X)*. Giống như quan hệ bao hàm, ta nói điểm mờ $x_i \in \underline{A}$ nếu $x_i \subseteq \underline{A}$, nghĩa là khi $t \le \mu_{\underline{A}}(x)$. Một tập mờ $\underline{A} \in FP(X)$ được gọi là một lân cận của điểm mờ x_i nếu $\exists U \in T$ sao cho $x_i \in U \subseteq \underline{A}$

Định nghĩa 2.2. Ánh xạ $\tau : FP(X) \to I$ được gọi là sự phân bậc tính mở nếu nó thỏa mãn điều kiện sau:

a) $\tau(\phi) = \tau(X) = 1$

b) $\tau(\underline{A} \cap \underline{B}) \ge \tau(\underline{A}) \cap \tau(\underline{B})$

c) $\tau\left(\bigcup_i A_i\right) \ge \bigcap_i \tau(A_i)$. Khi đó (X, τ) gọi là không gian tôpô mờ phân bậc.

Định lý 2.1. Giả sử (X, τ) là không gian topo mờ phân bậc. Khi đó đối với mỗi giá trị $\tau \in [0,1]$, họ các tập mờ $\tau_r = \{\underline{A} \in FP(X) : \tau_r(\underline{A}) \ge r\}$ là tôpô mờ kinh điển.

Lân cận của một điểm trong không gian (X,τ): Một tập mờ $\underline{A}\in FP(X)$ được gọi là một lân cận α của điểm $x\in X$ nếu $\exists U\in FP(X)$ sao cho $\tau(U)>0,\ \alpha<\mu_U(x)$ và $U\subseteq \underline{A}$.

Khái niệm cơ sở lân cận và cơ sở của không gian tôpô mờ được định nghĩa tương tự như trong trường hợp tôpô kinh điển.

Định lý 2.2. Một họ $\mathscr{B}=\{B\in FP(X):\tau(B)\geq 0\}$ là một cơ sở của không gian topo mờ (X,τ) khi và chỉ khi với mỗi $U\in FP(X)$ sao cho $\tau(U)>0$, U có thể biểu diễn như là hợp (trong đại số tập mờ) của một số các phần tử nào đó trong $\mathscr{B}$.

2.2. GIẢI TÍCH MỜ (Fuzzy Analysis)

2.2.1. Phương trình vi phân mờ:

Xét phương trình vi phân cấp 1 trong giải tích cổ điển có dạng: $\frac{dy}{dt}=f(t,y,k)$ với điều kiện ban đầu $y(0)=c,$ (D1). Trong đó k là vectơ n hằng số, t là biến trên một đoạn đóng giới nội chứa giá trị *0, c* $\in$ *R*, còn *y* và *f* là các vectơ.

Định nghĩa 2.3. (Số mờ) Tập mờ A được gọi là số mờ nếu nó là tập mờ trên trường số thực *R* và thoả mãn các điều kiện sau:

a) $\exists x_0\in R$ sao cho $\mu_A(x_0)=1$, trong đó $\mu_A(x)$ là một hàm thuộc tập mờ A.

b) Hàm μ_A liên tục từng khúc trên R.

Nhằm đơn giản các định nghĩa này chúng ta chỉ xét giới hạn các số mờ có dạng sau đây và gọi là L-R số mờ. Chúng sẽ có dạng hình học giống hình thang với hai cạnh bên được thay bằng các đường cong đơn điệu.

Gọi *L* (Left) và *R* (Right) là hai hàm tham chiếu, tức là hàm thoả mãn các tính chất:

1) *L(x)=L(-x).*

2) *L*(0)=1

3) *L* không tăng trên $[0,+\infty)$. Khi đó *L-R* số mờ là tập mờ với hàm thuộc có dạng:

$$\mu_A(x)=\begin{cases} L((A^L-x)/\alpha, \text{ khi } x\leq A^L, \alpha>0\\ R((i-A^U)/\beta, \text{ khi } x\geq A^U, \beta>0\\ 1 \text{ cho các trường hợp còn lại}\end{cases}$$

trong đó $A^L<A^U$ và $\{A^L,A^U\}$ được gọi là lõi (Core) của A, tức là $\mu_A(x)=1,\ \forall x\in\{A^L,A^U\}$ với A^L, A^U là các giá trị modal trên và dưới (theo nghĩa modal lôgic) của tập mờ A. Một số tập mờ như vậy được kí hiệu là $A=\left[A^L,A^U,\alpha,\beta\right]_{LR}$.

Một lớp quan trọng các *L-R* số mờ là các số mờ hình thang (với cạnh bên tuyến tính), kí hiệu là $\left(A^L, A^U, \alpha, \beta\right)$, vì tính đơn giản của các phép tính và để sử dụng trong ứng dụng thực tiễn đối với các nhà kỹ thuật.

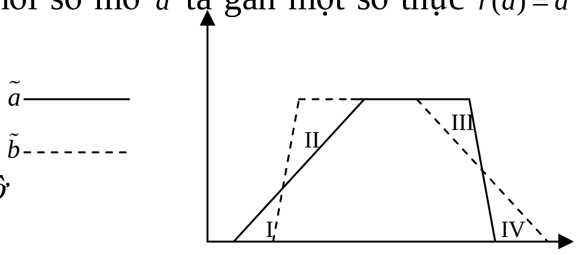
Cho hai số mờ hình thang bất kỳ, $\tilde{a} = \left(a^L, a^U, \alpha, \beta\right)$; $\tilde{b} = \left(b^L, b^U, \gamma, \theta\right)$.

Các phép tính trên số mờ được định nghĩa như sau:

1) Nhân số mờ với một số thực: Với $x > 0,\ x \in R : x\tilde{a} = \left(xa^L, xa^U, x\alpha, x\beta\right)$.Với $x < 0,\ x \in R : x\tilde{a} = \left(xa^L, xa^U, -x\alpha, -x\beta\right)$.

2) Tổng và hiệu hai số mờ: $\tilde{a} + \tilde{b} = \left(a^L + b^L, a^U + b^U, \alpha + \gamma, \beta + \theta\right)$; $\tilde{a} - \tilde{b} = \left(a^L - b^L, a^U - b^U, \alpha + \gamma, \beta + \theta\right)$.

3) Qui ước rằng với mỗi số mờ $\tilde{a}$ ta gán một số thực $r(\tilde{a}) = a^L + a^U + \dfrac{1}{2(\beta - \alpha)}$, gọi là phần tử đại diện của $\tilde{a}$



***Hình 2**: So sánh số mờ*

4) So sánh hai số mờ: Giả sử hai số mờ đã cho có biểu diễn như trong hình trên, kí hiệu S_i, i=I, II, III, IV tương ứng là diện tích của các miền I, II, III, IV và kí hiệu: $C(\tilde{a}, \tilde{b}) = S_{II} - S_I + S_{III} - S_{IV}$

Khi đó ta nói $\tilde{a} \geq \tilde{b}$ nếu và chỉ nếu $C(\tilde{a}, \tilde{b}) \geq 0$

Gọi $K = (K_1, ..., K_n)$ là một vectơ các số mờ hình thang (mỗi K_i là một số mờ hình thang), và C là một số mờ hình thang. Thay thế các giá trị này vào phương trình (D1) ta thu được một phương trình vi phân mờ:

$$\frac{dY}{dt} = f(t, Y, K), \quad Y(0) = C \qquad \text{(D2)}$$

2.2.1.1 Chúng ta khảo sát bài toán với điều kiện sau: Giả sử rằng $Y(t) = [y_1(t), y_2(t)]$ và $y_i(t, \alpha),\ i = 1, 2$, là hàm khả vi theo t với α là tham số. Kí hiệu đạo hàm của $y_i(t, \alpha)$ theo t là $y'_i(t, \alpha)$.

Đặt $G(t, \alpha) = [y_1(t, \alpha), y_2(t, \alpha)]$. Nếu $G(t, \alpha)$ chính là một lát cắt α của một số mờ thì ta nói hàm mờ $Y(\alpha)$ khả vi và được viết: $\dfrac{dY}{dt}[\alpha] = G(t, \alpha) = [y_1(t, \alpha), y_2(t, \alpha)]$ (D3)

Một điều kiện đủ để cho $G(t,\alpha)$ là lát cắt (α-lát cắt hay α-mức) của một số mờ là:

a) $y_1(t,\alpha),\ y_2(t,\alpha)$ là các hàm liên tục theo cả hai biến.

b) $y_1(t,\alpha)$ là hàm tăng theo biến α

c) $y_2(t,\alpha)$ là hàm giảm theo biến α

d) $y_1(t,\alpha) \le y_2(t,\alpha)$, điều kiện này đảm bảo $[y_1(t,\alpha), y_2(t,\alpha)]$ là một đoạn thẳng.

Tất nhiên $Y(t)$ là nghiệm nếu $\frac{dY}{dt}$ tồn tại và chúng thoả các đẳng thức trong (D2).

Từ đó suy ra $Y(t)$ là nghiệm nếu $\frac{dY}{dt}$ tồn tại và ta có các đẳng thức sau:

a) $y_1(t,\alpha) \le f_1(t,\alpha)$; $\quad y_2(t,\alpha) \le f_2(t,\alpha)$,

b) $y_1(0,\alpha) \le c_1(\alpha)$; $\quad y_2(0,\alpha) \le c_2(\alpha)$, trong đó $C(\alpha) = [c_1(\alpha), c_2(\alpha)]$

2.2.1.2 Các phép đạo hàm của hàm mờ:

Giả sử $X(t)$ nhận giá trị số mờ và giả sử $X(t)[\alpha] = [x_1(t,\alpha), x_2(t,\alpha)]$ và $x_i(t,\alpha)$ là đạo hàm riêng theo t của $x_i(t,\alpha)$.

Xét hai hàm mờ $X(t)$ và $Z(t)$. Ký hiệu lát cắt α của hai số mờ $X(t)$ và $Z(t)$ là:

$X(t)[\alpha] = [x_1(t,\alpha), x_2(t,\alpha)]$,

và $Z(t)[\alpha] = [z_1(t,\alpha), z_2(t,\alpha)]$

Gọi $D(X(t),\ Z(t))$ là mêtric giữa hai số mờ và được định nghĩa một cách xác định nào đó. Khi đó đại lượng: $X(t_0) = \lim_{h\to 0} \frac{\tilde{X}(t_0+h) - \tilde{X}(t_0)}{h}$, nếu tồn tại, là đạo hàm của hàm mờ $X(t)$.

1) Nếu $D(X(t), Z(t)) = \sup_{\alpha}\{|x_1(t,\alpha) - z_1(t,\alpha)|, |x_2(t,\alpha) - z_2(t,\alpha)|\}$, ta có đạo hàm Goetschel-Voxman và ký hiệu là $GVDX(t_0)$, trong đó biểu thức hiệu trong công thức dưới lim được hiểu là hiệu số học theo từng thành phần toạ độ của vectơ X.

2) Nếu ta có hai điều kiện sau đây:

a) $D(X(t), Z(t)) = \sup_{\alpha} H\left(X(t)[\alpha], Z(t)[\alpha]\right)$, trong đó *H* là khoảng cách Hausdoff giữa các tập compact của R.

b) Biểu thức hiệu trong công thức dưới lim là hiệu Hukuhara, tức là hiệu hai số mờ *H A* và *B*, được ký hiệu là A-B, là một số mờ *C* sao cho $B \oplus C = A$, trong đó $\oplus$ là phép cộng trên số mờ

Khi đó ta có đạo hàm Puri-Relescu và kí hiệu là $PRDX(t_0)$.

3) Nếu ta có:

a) $D_p(X(t),Z(t)) = max\left\{\left(\int_0^1 |x_1(t,\alpha) - z_1(t,\alpha)|^p\, d\alpha\right)^{\frac{1}{p}}, \left(\int_0^1 |x_2(t,\alpha) - z_2(t,\alpha)|^p\, d\alpha\right)^{\frac{1}{p}}\right\}$

với tích phân lấy trên các hàm trong $L_p[0,1]$.

b) Hiệu trong biểu thức dưới lim được hiểu như trong trường hợp 1) thì khi đó ta có đạo hàm Kandel-Friedman-Minh và kí hiệu là $KFMDX(t_0)$

Định lý 2.3.

(1) Nếu đạo hàm $GVDX(t)$ tồn tại và là một số mờ thì đạo hàm $SDX(t)$ cũng tồn tại và ta có $GVDX(t) = SDX(t)$.

(2) Nếu đạo hàm $PRDX(t)$ tồn tại và là một số mờ thì đạo hàm $SDX(t)$ cũng tồn tại và ta có $PRDX(t) = SDX(t)$.

(3)Nếu đạo hàm $KFMDX(t)$ tồn tại và là một số mờ thì đạo hàm $SDX(t)$ cũng tồn tại và chúng bằng nhau

2.3. BÀI TOÁN TỐI ƯU HOÁ MỜ

2.3.1. Dạng bài toán tối ưu hoá với dữ kiện mờ:

Định nghĩa 2.4. Gọi *F(R)* là tập tất cả các số mờ hình thang. Mô hình bài toán tối ưu hoá tuyến tính với số mờ có dạng sau: $\max \tilde{z} = \sum_{j=1}^{n} \tilde{c}_j x_j$

với các ràng buộc $\sum_{j=1}^{p} \tilde{a}_{ij} x_j \le \tilde{b}_i,\ \ i = 1,2,...,m_0$ và $\sum_{j=1}^{p} \tilde{a}_{ij} x_j \ge \tilde{b}_i,\ \ i = m_0+1,...,m,\ \ j = 1,2,...,p$;

$\tilde{a}_{ij}, \tilde{b}_i, \tilde{c}_j \in F(R)$

Mệnh đề 2.1. Bài toán tối ưu hoá mờ tuyến tính trên tương đương với bài toán tối ưu sau: $\max z = \sum_{j=1}^{n} r(\tilde{c}_j) x_j$

với các ràng buộc $\sum_{j=1}^{p} r\left(\tilde{a}_{ij}\right) x_j \le s\left(\tilde{b}_i\right),\ \ i = 1,2,...,m_0$ và $\sum_{j=1}^{p} r\left(\tilde{a}_{ij}\right) x_j \ge s\left(\tilde{b}_i\right),\ \ i = m_0+1,...,m,\ \ j = 1,2,...,p.$

trong đó *r* và *s* là hàm số mà giá trị của chúng được tính bằng một biểu thức trên thông số của số mờ.

2.3.2. Bài toán tối ưu hoá tuyến tính với biến mờ:

Định nghĩa 2.5. Bài toán tìm nghiệm tối thiểu sau (sau đây gọi là bài toán *A*):

$$\min:\ Z = b'Y$$

với ràng buộc: $YA \geq C,\ Y \geq 0$, trong đó $0 \leq b \in R,\ A \in R^{m \times n},\ Y$ gọi là bài toán tối ưu tuyến tính với biến mờ.

Định nghĩa 2.6. Bài toán hỗ trợ (gọi là bài toán B) là bài toán: max: $Z = CX$

với các ràng buộc $AX < b,\ X \geq 0$, trong đó $0 \leq b \in R^m,\ X \in,\ A \in R^{m \times n}, C \in (F(R))^n, Y \in (F(R))^n$

Định lý 2.4. (1) Nếu Y^0 là nghiệm mờ chấp nhận được của bài toán A và X^0 là nghiệm chấp nhận được của bài toán B, thì $CX^0 \leq b'Y^0$.

(2) Nếu Y^0 là nghiệm mờ chấp nhận được của bài toán A và X^0 là nghiệm chấp nhận được của bài toán B sao cho $CX^0 = b'Y^0$ thì X^0 là nghiệm tối ưu của bài toán B còn Y^0 là nghiệm tối ưu *mờ* của bài toán A.

(3) Nếu bài toán B có một nghiệm tối ưu thì bài toán A cũng có một nghiệm tối ưu *mờ*.

2.3.3. Bài toán quy hoạch nguyên mờ: Chúng ta sẽ giới hạn tính mờ trong lớp các *L*-*R* số mờ dạng $A = [A^L, A^U, \alpha, \beta]_{LR}$ đã được nói đến ở phần trên, nhưng ở đây *L* và *R* được thay thế bằng hàm số F thoả mãn điều kiện sau: *F* liên tục và không tăng trên nửa đường thẳng $[0,\infty], F(0) = 1$ và thực sự giảm trên miền mà F nhận giá trị dương.

Định nghĩa 2.7. Bài toán quy hoạch nguyên mờ được phát biểu như sau:

$$c(x) = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} \rightarrow \min{}^*$$

với các ràng buộc $\sum_{j}^{n} c_{ij}x_{ij} = A_i,\ i = 1,2,..,m$ và $\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = B_j,\ j = 1,2,..,n.,\ x_{ij} \geq 0;\ j = 1,2,...,n;\ i = 1,2,..,n$

và A_i và B_j là các số mờ. Các c_{ij} là chi phí vận chuyển được biểu thị bằng các giá trị số (không mờ). Đặc biệt min* được hiểu là mục tiêu mờ tức là một số mờ có dạng $[-\infty, c_0, o, \beta_G]_{LR}$.

Định nghĩa 2.8. Giả sử *x* là một lời giải của bài toán. Khi đó:

a) Giá trị được biểu thị bởi biểu thức sau: $\mu_c(x) = \min\left\{\mu_{A_i}\left(\sum_{j=1}^{n} x_{ij}\right)(\text{i=1,...,m}),\ \mu_{B_j}\left(\sum_{i=1}^{m} x_{ij}\right)(\text{j=1,..,n})\right\}$ được gọi là độ *thoả* của các ràng buộc;

b) Còn giá trị $\mu_G(x) = \mu_C(c(x)) = \mu_G\left(\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij}\right)$ được gọi là độ *thỏa* của mục tiêu của bài toán quy hoạch nguyên mờ.

Bài toán A:

Bài toán B:

Bài toán C:

2.4 . ĐỘ ĐO MỜ

2.4.1. Ôn lại về xác suất.

2.4.2. Độ đo mờ (Fuzzy measures):

2.4.2.1. Độ đo mờ Sugeno:

Định nghĩa 2.9. Cho F là một họ các tập con của không gian nền chứa tập ϕ và đóng với hợp của những dãy tăng dần $F_1 \subset F_2 \subset ... \subset F_n$. Độ đo mờ Sugeno là một hàm tập m: $\Omega \to [0,1]$ thoả các điều kiện sau:

i/ m(ϕ)=0; m(Ω)=1

ii/ Nếu A$\subseteq$B, thì m(A)$\leq$m(B)

iii/ Nếu dãy F_n tăng đơn điệu thì $\lim_n m(F_n)=m(\cup_n F_n)$.

2.4.2.2. Bây giờ chúng ta sẽ cho một định nghĩa tổng quát:

Định nghĩa 2.10. *Định nghĩa tổng quát độ đo mờ* : Cho F là một họ các tập con của không gian nền Ω.

Một *độ đo mờ* trên (Ω,F) là một ánh xạ m: F$\to [0,\infty]$ thoả các điều kiện sau:

i/ m(ϕ)=0

ii/ Nếu A, B thuộc F và A$\subseteq$B thì m(A)$\leq$m(B).

Hơn nữa nếu chúng ta chọn F là σ- trường Borel trên không gian nền Ω thì chúng ta đủ điều kiện để làm việc với bộ ba (Ω,F,m). Bộ ba này khi ấy sẽ được gọi là một *không gian đo mờ* (a fuzzy measures space).

2.4.2.3. Độ đo mờ Wiener-Shannon: Cho (Ω,F, p) là không gian xác suất. Xác định m: F$\to [0,1]$, với mỗi A $\in$ F, m(A)=1/(-c log p(A)), với c>0. Độ đo mờ này có tính chất phân rã (decomposable) sau:

nếu $A \cap B = \phi$ thì m(A$\cup$B) có thể tính theo m(A), m(B).

Cụ thể m(A$\cup$B) =min{$\infty, -c\log(\exp(-1/cm(A)) + \exp(-1/cm(B))$}.

2.4.2.4.Định nghĩa lớp độ đo mờ dựa vào độ đo thông tin loại inf –c: Cho g: $\Omega \to [0,\infty]$ là phiếm hàm sao cho inf {g(u):u$\in \Omega$}=0. Xác định I(A)=inf{g(u): u$\in$A}, với mỗi A $\in$p(Ω). Khi ấy I là độ đo thông tin.

Bây giờ ta xác định độ độ đo mờ m với mỗi A $\in$p(Ω).

m(A)=1/I(A)= sup{1/g(u):u$\in$A}. Rõ ràng m là độ đo mờ phân rã được.

2.4.2.5.Hàm lòng tin:

2.4.2.6. Hàm hợp lý:

2.4.2.7. Độ đo khả năng: Độ đo khả năng m là hàm tập trên P(Ω) thoả mãn các điều kiện sau:

i/ m(ϕ)=0; m(Ω)=1,

ii/ m(A$\cup$B)=max{m(A),m(B)},

iii/ liên tục dưới: $\lim_n m(A_n)=m(A)$, nếu $A_n \subset A$ và $A_n \to A$,

2.5. TÍCH PHÂN MỜ (Fuzzy Intergrals)

2.5.1. Tích phân Choquet:

Định nghĩa 2.11. Cho K là họ tập compact trong R^n. Hàm I: $K \to R_+ = [0,\infty]$ là hàm tiềm năng nếu nó thoả mãn các tính chất sau:

i/ I là hàm tăng, A, B $\in K$, $A \subset B$ thì $I(A) \le I(B)$,

ii/ I dưới cộng tính mạnh (strongly subadditive):

$I(A\cup B)+I(A\cap B) \le I(A)+I(B)$,

iii/ I liên tục phải theo nghĩa với A$\in K$, $\varepsilon > 0$, khi đó sẽ có tập mở V, $A \subset V$ sao cho, với mọi tập B có tính chất $A \subset B \subset V$ thì $I(B) \le I(A)+\varepsilon$.

Bây giờ ta xét khái niệm tiềm năng của một tập A của không gian R^n.

Ta hãy xác định tiềm năng trong của tập A (inner capacity) bằng biểu thức

$I_*(A)= \sup\{I(A'): A' \subseteq A, A' \in K\}$

Kí hiệu: G= {V- các tập mở của R^n }.

Tiềm năng ngoài (outer capacity) của tập A cho bởi biểu thức

$I^*(A)=\inf(I_*(B): B\in G, A \subseteq B\}$.

Do I_* là hàm tăng, nên $I_*(A) \le I^*(A)$. Hơn nữa nếu K là tập compact thì

$I_*(K)=I(K)$, do vậy $I_*(K)=I^*(K)$.

Định nghĩa 2.12. Tập con A của R^n gọi là đo được tiềm năng (capaciable) nếu $I_*(A)=I^*(A)$, hay $I^*(A)=\sup\{I(A'): A' \subseteq A, A' \in K\}$.

Tính chất 2.1. Hàm tập I* có các tính chất sau:

i/ I* là hàm tăng,

ii/ Nếu A_n là dãy tập con tăng, khi đó $I^*(\cup_n A_n)=\sup_n I^*(A_n)$,

iii/ Nếu K_n là dãy giảm các tập compact thì $I^*(\cap_n K_n)=\inf_n I^*(K_n)$.

Định nghĩa 2.13. Cho tập bất kỳ Ω. Một hàm tập I: P(Ω)$\to[-\infty,+\infty]$ gọi là tiền tiềm năng nếu I có các tính chất:

i/ I là hàm tăng,

ii/ Với mỗi dãy tăng $\{A_n\}$ của P(Ω), khi đó $I(\cap_n A_n)=\sup_n I(A_n)$.

Định nghĩa 2.14. Một họ tập con *F* của P(Ω) gọi là một tập lát trong P(Ω) nếu có chứa tập rỗng và đóng đối với phép hợp và phép giao hữu hạn $\cup_k A_k$, $\cap_k A_k$ trong *F*.

Rõ ràng $F \subset P(\Omega)$.

Định nghĩa 2.15. Hàm tập I: $P(\Omega) \to [-\infty,+\infty]$ gọi là *F*- tiềm năng nếu nó là tiền tiềm năng sao cho với mọi dãy giảm các tập con của lát *F*, đảm bảo có $I(\cap_n F_n) = \inf_n I(F_n)$

Định nghĩa 2.16. Tập $A \subset \Omega$ gọi là *tính được tiềm năng* theo I (I- capaciable) nếu $I^*(A) = \sup\{I^*(B): B \in F_\delta, B \subseteq A\}$.

Định nghĩa 2.21. Cho Ω là một không gian . I là hàm tiềm năng xác định trên P(Ω). Φ là lớp hàm thực không âm trên Ω. *Tích phân Choquet* $E_I(f)$ của phiếm hàm $f \in \Phi$ cho bởi biểu thức $E_I(f) = \int_0^\infty I(u: f(u) > t)dt$

Tính chất 2.2.

2.5.2. Tích phân Sugeno: Xét hàm $A \subset \Omega$ và phiếm hàm h: $\Omega \to [0,1]$.

Định nghĩa 2.17. *Tích phân mờ Sugeno* của phiếm hàm h trên miền A ứng với độ đo m trên Ω cho bởi biểu thức $\int_A h(u) \circ m(\ ) = \sup_{\alpha \in [0,1]} \{\min(\alpha, m(A \cap H_\alpha))\}$, ở đây $H_\alpha = \{u : h(u) \geq \alpha\}$

Định nghĩa 2.18. Tập A là tập mờ trên Ω. *Tích phân Sugeno* của hàm h trên tập mờ A ứng với độ đo mờ m cho bởi: $\int_A h(u) \circ m(\ ) = \int_\Omega \min(A(u), h(u)) \circ m(\ )$ ..

2.5.3. Tích phân Lebesgue: Cho (Ω, A) là không gian đo. Kí hiệu $R_+ = \{u: u \geq 0\}$

Định nghĩa 2.19. Hàm f: $\Omega \to R_+$ gọi là đo được nếu $\{u: f(u)<t\} \in A$, với mỗi $t \in R_+$. Hàm f_n: $\Omega \to R_+$ gọi là đơn giản nếu có một phân hoạch A_k của Ω sao cho $f_n(u) = ka_k 1_{A_k}(u)$, với $u \in \Omega$ và $a_k \in R_+$, với mọi k.

Tính chất 2.3. a/ Mỗi hàm đo được f: $\Omega \to R_+$ sẽ có một dãy tăng các hàm đơn giản f_n: $\Omega \to R_+$ sao cho $f(u) = \lim_n f_n(u)$, với mỗi $u \in \Omega$.

b/ Mỗi hàm f: $\Omega \to R$ đo được khi và chỉ khi có hai hàm đo được f^+: $\Omega \to R_+$, f^-: $\Omega \to R_+$ sao cho $f(u) = f^+(u) - f^-(u)$, với mỗi $u \in \Omega$.

Định nghĩa 2.20. *Tích phân Lebesgue*:Cho m là độ đo không âm, σ- cộng tính xác định trên (Ω, A). Khi ấy

a/ Với hàm đơn giản f_n, $\int_\Omega f_n(u)dm(u) = \sum_{j=1}^{k_n} k\, a_k m(A_k)$.

b/ Với hàm f: $\Omega \rightarrow R_{+}$ đo được $\int_{\Omega} f_n(u)dm(u) = \lim_n \left\{ \int_{\Omega} f_n(u)\, dm(u) \right\}$

c/ Với hàm f: $\Omega \rightarrow R$ đo được $\int_{\Omega} f(u)dm(u) = \int_{\Omega} f^{+}(u)dm(u) - \int_{\Omega} f^{-}(u)dm(u)$

2.5.4. Tích phân mờ (Fuzzy Intergrals):

Định nghĩa 2.21. Cho m là độ đo mờ trên không gian đo (Ω, A), f là hàm đo được. Chúng ta định nghĩa toán tử này qua tích phân Choquet:

a/ Nếu f: $\Omega \rightarrow R_{+}$ thì định nghĩa

$$(C)\int_{\Omega} f\, dm = \int_0^{\infty} m(\{u : f(u) > t\})dt.$$

b/ Nếu f: $\Omega \rightarrow R$ thì định nghĩa

$(C)\int_{\Omega} f\, dm = (C)\int_{\Omega} f^{+}dm - (C)\int_{\Omega} f^{-}dm$, Ở đây f(u)= f^{+}(u)-f(u), với mọi $u \in \Omega$

Mệnh đề 2.1. Sử dụng Định nghĩa 2.26, giá trị của tích phân mờ trong một số trường hợp sẽ là:

Trường hợp 1. Cho A $\subset \Omega$, f=1_A. Khi đó $(C)\int_{\Omega} 1_A(u)\, dm(u) = m(A)$.

Trường hợp 2. Với f(u)= $\sum_{i=1}^{n} a_i\, 1_{A_i}(u)$, ở đây A_i từng cặp không giao nhau của Ω ($A_i \subset \Omega$), $0 = a_0 < a_1 < ... < a_n$ thì: $(C)\int f\, dm = \sum_{i=1}^{n} (a_i - a_{i-1})\, m\left(\bigcup_{j=1}^{n} A_K \right)$.

Trường hợp 3. Khi $m(\Omega) < \infty$, với mỗi $A \subset \Omega$, chúng ta có thể dùng biểu thức:

$$(C)\int_A f\, dm = \int_0^{+\infty} m(\{u : f(u) > t\}) \cap A dt + \int_{-\infty}^{0} (m(\{u : f(u) \geq t\} \cap A) - m(A))dt.$$

Trường hợp 4: Trường hợp đặc biệt: m là độ đo xác suất p của không gian xác xuất (Ω, A, p), f là biến ngẫu nhiên X thì $(C)\int_{\Omega} f(u)\, dm(u) = EX = \int_{\Omega} X(u)dp(u)$.

2.6. MỘT SỐ ỨNG DỤNG

Chương 3
BÀI TOÁN LẤY QUYẾT ĐỊNH NHÓM

3.1. SỐ MỜ VÀ BIẾN NGÔN NGỮ

3.1.1. Khái niệm số mờ:

Định nghĩa 3.1. Một tập mờ A được gọi là số mờ nếu nó là tập mờ trên trường số thực và thoả mãn các điều kiện sau:

(1) $\exists x_0 \in R$ sao cho $\mu_A(x_0)=1$, trong đó $\mu_A(x)$ là hàm thuộc của tập mờ A,

(2) Hàm $\mu_A(x)$ liên tục từng khúc trên R.

Định nghĩa 3.2. (Số mờ hình thang)

Cho E là một tập hợp, tập mờ $A \subset E$ được gọi là số mờ hình thang nếu tập mờ A được biểu thị bằng bộ 4 tham số (a, b, c, d) và thỏa mãn các điều kiện sau:

$a \le b \le c \le d$

$\mu_A(x)=1, \forall x \in [b,c]$

$\mu_A(x)=0, \forall x \notin [a,d]$

$\mu_A(x)$ liên tục và tuyến tính trên hai đoạn [a,b], [c,d].

3.1.2. Biến ngôn ngữ (Linguistic variable):

Định nghĩa 3.3.

Định nghĩa 3.4. Một biến ngôn ngữ được gọi là có cấu trúc, nếu tập giá trị T(X) và luật ngữ nghĩa M của nó có thể sinh ra bằng thuật toán.

Một số tính chất: Cho biến ngôn ngữ (X, H, U, R, M). Trên tập các giá trị ngôn ngữ có thể xây dựng một số quan hệ giữa chúng với nhau.

Xét hai giá trị t_1 và $t_2 \in T(X)$, ta có:

t_1 và t_2 bằng nhau, ký hiệu $t_1 = t_2$ nếu $M(t_1) = M(t_2)$

t_1 và t_2 bằng nhau theo mức α nếu $M(t_1)_\alpha = M(t_2)_\alpha$. Với $M(t_1)_\alpha$ là tập mức α của $M(t_1)$, $M(t_2)_\alpha$ là tập mức α của $M(t_2)$.

t_1 chứa trong t_2, ký hiệu $t_1 \subseteq t_2$ nếu $M(t_1) \subseteq M(t_2)$, t_1 chứa trong t_2 theo mức α nếu $M(t_1)_\alpha \subseteq M(t_2)_\alpha$.

3.2. GIỚI THIỆU BÀI TOÁN LẤY QUYẾT ĐỊNH NHÓM

Những thành tố quan trọng nhất của quá trình lấy quyết định như sau:

+ Cơ sở tri thức:

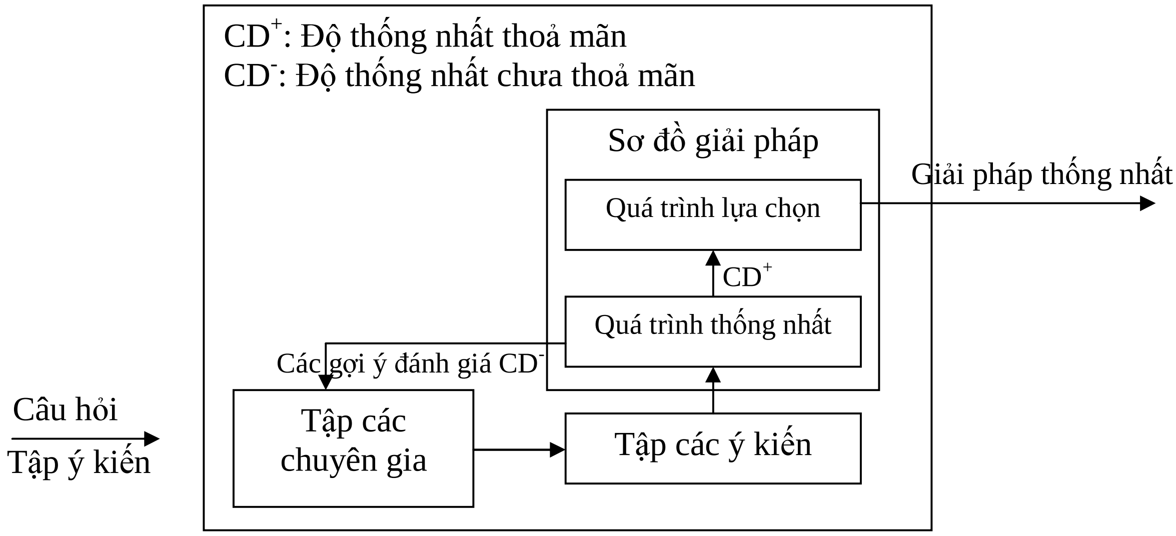
+ Cơ sở dữ liệu:

+ Phương pháp, thủ tục lập luận:

3.3. QUÁ TRÌNH LẤY QUYẾT ĐỊNH NHÓM

3.4. MỘT SỐ PHƯƠNG PHÁP VÀ MÔ HÌNH HOÁ BÀI TOÁN

Ta có sơ đồ thể hiện quá trình lấy quyết định nhóm như sau:



***Hình 1**. Quá trình lấy quyết định nhóm*

3.5. THIẾT LẬP BÀI TOÁN

3.5.1. Các quan hệ ưu tiên mờ trong bài toán lấy quyết định nhóm: Cho X là một tập khác rỗng các khả năng lựa chọn X={x_1, x_2, ...,x_n }, cũng như một tập khác rỗng các chuyên gia E={e_1,$e_{2, ...,}$$e_n$ }. Các cá nhân tham gia vào quá trình lấy quyết định có thể có nhiều cách để thể hiện đánh giá của họ đối với mỗi khả năng x_i (i=1,2,..,n) trên tập X. Chẳng hạn, với mỗi cá nhân thứ k (k=1,2,..,m) có thể đánh giá khả năng lựa chọn x_i trên tập X thông qua giá trị a_{ik}, trong đó a_{ik} có thể là giá trị số mờ hoặc cũng có thể là các nhãn ngôn ngữ. Cách thể hiện đánh giá như vậy gọi là đánh giá tuyệt đối.

Một cách thể hiện đánh giá khác tương đối thuận tiện hơn cho các chuyên gia là đánh giá tương đối.

Trong cách này, các chuyên gia thể hiện đánh giá của mình trên tập các khả năng lựa chọn X bằng cách so sánh tương đối giữa các khả năng lựa chọn, gọi là "ưu tiên mờ". Theo quan điểm của Tanio, quan điểm "ưu tiên mờ" có thể biểu diễn theo một trong các phương pháp sau:

a) Quan điểm" ưu tiên mờ" được mô tả bởi một tập con của X, có hàm thuộc $\mu(x)$ thể hiện mức độ ưu tiên hơn của x, hay mức độ độ mà x được lựa chọn như là một khả năng lựa chọn mong muốn.

Chẳng hạn, ta có một tập các khả năng lựa chọn x_1, x_2, x_3, x_4. Ta có thể biểu diễn quan hệ "ưu tiên mờ" như sau: P= { (x_1,0.5), (x_2, 0.6),(x_3,0.4),(x_4,0.3)}

b) Quan điểm ưu tiên mờ được mô tả bởi một quan hệ hai ngôi R trên X, tức là một tập mờ trên X x X, được đặc trưng bở hàm thuộc $\mu_R : XxX \to [0,1]$, với $\mu_R\left(x_i,x_j\right)$ chỉ mức độ ưu tiên hơn của khả năng lựa chọn x_i so với khả năng lựa chọn x_j. Và nếu như trong môi trương ngôn ngữ thì ta có hàm thuộc $\mu_R : XxX \to S$, với S là tập nhãn ngôn ngữ nào đó, S=$\{s_i|i=0,..,T\}$. Như vậy quan hệ "ưu tiên mờ" thường được biểu diễn dưới dạng một ma trận P, các phần tử của ma trận này được xác định như sau:

+ $P_{ij}=\mu_R\left(x_i,x_j\right)$, nếu $i \neq j$

+ $P_{ij}=0.5$, nếu $i = j$

+ $P_{ij}=1\text{-}P_{ji}$, nếu trong môi trường số và trong môi trường ngôn ngữ thì với $P_{ij}=s_k$, ta có: P_{ij}=Neg(P_{ij})= s_t , với t=T-k; tính chất này gọi là tính đối xứng mềm trong quan hệ ưu tiên hơn.

3.5.2. Bài toán lấy quyết định trong môi trường số mờ:

2.5.3. Bài toán lấy quyết định trong môi trường ngôn ngữ:

Như ta đã biết, việc cho ý kiến đánh giá bằng các giá trị số tỏ ra khá hiệu quả và cũng đã có rất nhiều hệ thống hỗ trợ lấy quyết định nhóm được xây dựng theo phương pháp này. Nhưng việc này có thể là không cần thiết, vì trong đa số trường hợp, ta chỉ cần độ chính xác tương đối. Hơn nữa, không phải lúc nào các chuyên gia cũng có thể cho ý kiến đánh giá của mình bằng các giá trị số một cách chính xác. Một cá nhân có thể biết một cách mơ hồ về mức độ lợi thế hơn của khả năng lựa chọn x_i so với khả năng lựa chọn x_j , và không thể ước lượng sự ưu tiên hơn của mình bằng một giá trị số chính xác, cũng như chủ tịch hội đồng khó có thể gián trọng số cho các chuyên gia bằng số.

Do đó, một phương pháp tiếp cận thực tế hơn là ta có thể sử dụng các đánh giá ngôn ngữ thay cho các đánh giá bằng giá trị số học, nghĩa là giả sử các biến tham gia trong bài toán được đánh giá bằng các nhãn ngôn ngữ. Các cá nhân thông qua tập nhãn này để nói lên ý kiến của mình. Điều này khiến cho hệ thống của ta mô phỏng tốt hơn quá trình quyết định thực tế, thân thiện với người sử dụng, đồng thời đảm bảo đươc tính chính xác tương đối trong quá trình giải quyết bài toán và tăng khả năng làm việc với tính mờ của dữ liệu.

Giả sử ta có hai tập nhãn $S=\{s_i|i=0,..,T\}$. và $L=\{l_j|j=0,..,U\}$ thỏa các tính chất sẽ được trình bày trong phần sau. Tập S dùng để thể hiện các ý kiến đánh giá của các chuyên gia trên tập các khả năng lựa chọn X. Tập L dùng để biểu diễn mức độ quan trọng của các chuyên gia được gán bởi chủ tịch hội đồng.

Một bài toán lấy quyết định nhóm không thuần nhất trong môi trường ngôn ngữ được phát biểu như sau: Giả sử ta có một tập khác rỗng các khả năng lựa chọn $X=\{x_1, x_2,..,x_n\}$ và một tập khác rỗng các chuyên gia $E=\{e_1,e_2,...,e_n\}$. Mỗi chuyên gia e_k (k=1,2,..,m) có một độ quan trọng được đánh giá bằng ngôn ngữ bởi chủ tịch hội đồng trên tập nhãn L, với hàm thuộc: $\mu_E:E \rightarrow L$

trong đó, l_0 thể hiện "mức độ không quan trọng tuyệt đối", hay là ít quan trọng nhất; còn l_U thể hiện "mức độ quan trọng tuyệt đối", hay mức độ quan trọng lớn nhất. Mỗi chuyên gia đưa ra ý kiến của mình trên tập X bởi một quan hệ ưu tiên hơn ngôn ngữ P^k, được đánh giá trên tập nhãn S, với hàm thuộc:

$$\mu_{P^K}: XxX \rightarrow S$$

trong đó, $\mu_{P^K}(x_i,x_j)=P_{ij}^k \in S$ thể hiện mức độ ưu tiên hơn của chuyên gia e_k được đánh giá bằng ngôn ngữ của khả năng lựa chọn x_i so với khả năng lựa chọn x_j, với

+ $s_0 \leq r_{ij} \leq s_T$, $\forall$ i,j=1,...,n

+ $r_{ij}=s_T$ chỉ mức độ ưu tiên lớn nhất của x_i và x_j.

+ $r_{ij}=s_{T/2}$ chỉ mức độ ưu tiên ngang bằng nhau của x_i và x_j.

+ $s_0 < r_{ij} < s_{T/2}$ chỉ mức độ ưu tiên hơn xác định của x_i so với x_j.

3.6.TẬP NHÃN NGÔN NGỮ (LINGUISTIC LABEL)

3.6.1 Khái niệm về tập nhãn ngôn ngữ:

Định nghĩa 3.5.

Định nghĩa 3.6.

3.6.2. Tập nhãn ngôn ngữ trong bài toán lấy quyết định nhóm:

Tập nhãn ngôn ngữ trong bài toán lấy quyết định nhóm là tập gồm các nhãn để nói lên ý kiến đánh giá của các chuyên gia hay đó chính là các đánh giá ngôn ngữ. Do vậy, tập nhãn dùng trong bài toán này là tập nhãn sánh được.

Thông thường, ta sử dụng tập nhãn ngôn ngữ với lực lượng là lẻ, nhãn trung tâm thể hiện khả năng "xấp xỉ 0.5", các nhãn còn lại được đặt đối xứng qua nhãn trung tâm. Tập có số phần tử là lẻ thể hiện tính đối xứng mềm trong quan hệ ưu tiên hơn ngôn ngữ và đảm bảo tồn tại một toán tử đảo cũng như phần tử trung hoà trong tập nhãn. Tuy nhiên, ta cũng có thể biểu diễn phần tử trung hoà có hàm thuộc là một khoảng nào đó trong [0,1], chứ không nhất thiết là 0.5. Điều này giúp cho hệ thống của ta linh hoạt hơn.

Ngữ nghĩa của một nhãn ngôn ngữ được đặc trưng bởi một số mờ hoặc một tập mờ trong [0,1] và được biểu diễn bởi một hàm thuộc xác định. Hay nói cách khác, mỗi nhãn biểu diễn một giá trị cho một biến thực ngôn ngữ. Mỗi giá trị ngôn ngữ của một biến ngôn ngữ có thể mem như là một nhãn ngôn ngữ. Do đó, các tính chất thể hiện mối quan hệ giữa các giá trị ngôn ngữ của một biến ngôn ngữ cũng chính là các tính chất thể hiện moói quan hệ giữa các nhãn ngôn ngữ.

Đặc tính của tập nhãn ngôn ngữ :

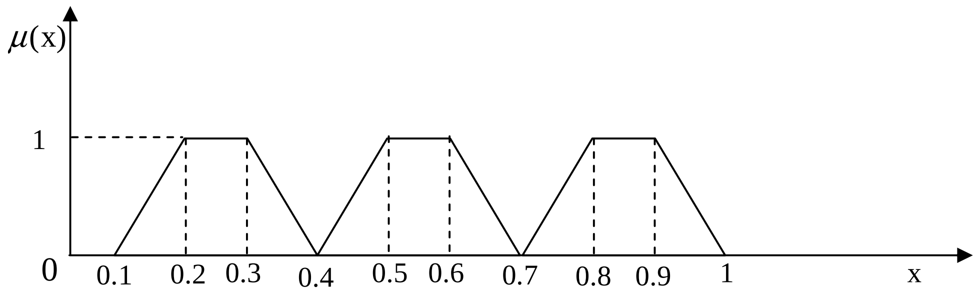
3.6.3. Phương pháp biểu diễn nhãn ngôn ngữ:

Vì các đánh giá ngôn ngữ, thông qua các nhãn ngôn ngữ, chỉ đơn thuần là các xấp xỉ được cho bởi các cá nhân, nên ta thừa nhận rằng các hàm thuộc của nó có dạng hình thang là đầy đủ để biểu diễn tính mờ của các đánh giá ngôn ngữ. Như vậy, ngữ nghĩa của nhãn được đặc trưng bởi số mờ hình thang trong [0,1]

Vấn đề đặt ra là làm thế nào để so sánh hai nhãn với nhau. Để so sánh hai nhãn, ta so sánh hai số mờ hình thang trong [0,1] tương ứng với hai nhãn đó. Nhiều thuật toán so sánh hai số mờ đã được nhiều tác giả trình bày, nó rất phức tạp và phát sinh nhiều trường hợp trong quá trình nghiên cứu. Đây là một vấn đề không dễ có thuật toán tốt. Hiện nay, đối với bất kỳ thuật toán sắp xếp các số mờ (tập mờ) nào, bao giờ cũng có những trường hợp không thể quyết định xem số mời này có "lớn hơn" số mờ kia hay không.

Đề đảm bảo tính dân chủ, khách quan, mỗi số mờ tương ứng với một nhãn trong một bài toán lấy quyết định cụ thể sẽ do chủ tịch hội đồng qui định. Để đơn giản cho việc so sánh hai số mờ trong bài toán lấy quyết định nhóm, chủ tịch hội đồng qui ước với tập gồm n nhãn được biểu diễn $\mu_i = (a_i, b_i, c_i, d_i)$, phải thoả các điều kiện sau: $b_i \le c_i, c_i \le b_{i+1}, i = 1,...,n$ và các hình thang có thể giao nhau.

Với cách qui định biểu diễn các nhãn ngôn ngữ trong tập nhãn ngôn ngữ như vậy thì việc so sánh các nhãn là khá đơn giản. Giả sử, cần so sánh hai nhãn bất kỳ $L_1=(a_1,b_1, c_1, d_1)$ và $L_2=(a_2, b_2, c_2, d_2)$, nếu $b_1>c_2$ thì nhãn L_1 lớn hơn nhãn L_2, hay số mờ biểu diễn L_1 lớn hơn số mờ biểu diễn L_2; nếu $b_1<c_2$ thì nhãn L_1 nhỏ hơn nhãn L_2, hay số mờ biểu diễn nhãn L_1 nhỏ hơn số mờ biểu diễn nhãn L_2.



Do nhãn ngôn ngữ thể hiện ý kiến đánh giá của cá nhân trong nhóm, nên biểu diễn của các nhãn qua các hình thang có thể giao nhau tối thiểu ở một mức $\alpha \in [0,1]$. Vì nếu như các hình thang này không giao nhau thì kết quả tổng hợp các ý kiến có thể không chấp nhận được. Một khi kết quả tổng hợp hoàn toàn không có phần chung với các ý kiến của các cá nhân thì bắt buộc các cá nhân đó phải thảo luận, cập nhập thông tin và điều chỉnh lại các đánh giá của họ. Chẳng hạn, đánh giá của hai chuyên gia A và B trên một tiêu chuẩn của khả năng lựa chọn x lần lượt là R_A=(0.1, 0.2, 0.3, 0.4) và R_B= (0.7, 0.8, 0.9, 1). Rõ ràng đánh giá của hai chuyên gia không có phần chung. Nếu hai chuyên gia nhất định không chịu thay đổi ý kiến của họ và nếu kết quả kết nhập các đánh giá của hai chuyên gia là R= (0.4, 0.5, 0.6, 0.7) thì kết quả đó sẽ không được hai chuyên gia chấp nhận, như thế kết quả kết nhập cũng không được chấp nhận.

Do đó ta đòi hỏi các ý kiến đánh giá của các cá nhân phải có phần chung tại mức tại mức α là hoàn toàn phù hợp và cần thiết. Điều này thực sự cần thiết để đạt được một kết nhập tốt.

Nói chung, không phải lúc nào các cá nhân cũng đồng ý trên cùng một hàm thuộc cho một nhãn ngôn ngữ, vì vậy ta không có bất kỳ hàm thuộc chuẩn nào cho các nhãn cũng như không có bất kỳ tập nhãn cố định nào. Với cùng một nhãn, có thể có các hàm thuộc khác nhau tuỳ theo quan niệm của mỗi cá nhân. Tuy nhiên, trong ngữ cảnh của bài toán đang xét thì ta xem như các chuyên gia đều đồng ý với sự phân bố hàm thuộc của tập nhãn và tập nhãn do chủ tịch hội đồng qui qui định.

KẾT LUẬN

Qua một thời gian tìm hiểu, tiếp cận và nghiên cứu về Lôgic mờ và ứng dụng đa dạng của nó, luận văn đã hoàn thành và đạt được mục tiêu nghiên cứu của đề tài với những kết quả cụ thể sau:

* Tổng quan và hệ thống một cách đầy đủ những kiến thức cơ bản về lôgic mờ. Cụ thể là :

- Tập mờ và các phép toán trên tập mờ qua t-chuẩn và t-đối chuẩn, phép phủ định
- Quan hệ mờ
- Phép kéo theo
- Suy luận xấp xỉ và suy diễn mờ
- Mô hình mờ và phương pháp lập luận mờ.

* Tổng quan và khảo sát ứng dụng lôgic mờ trong toán học mờ. Cụ thể là :

- Tôpô mờ
- Giải tích mờ
- Tối ưu hóa mờ
- Độ đo mờ
- Tích phân mờ.

* Tìm hiểu một cách đầy đủ bài toán lấy quyết định nhóm, đây là một trong những bài toán quan trọng trong việc ứng dụng lôgic trong thực tế. Cụ thể là :

- Giới thiệu bài toán lấy quyết định nhóm
- Quá trình lấy quyết định nhóm
- Mô hình bài toán lấy quyết định nhóm
- Thiết lập bài toán
- Tập nhãn ngôn ngữ.

Trong khuôn khổ luận văn được ấn định nên một số vấn đề thú vị và hấp dẫn chưa triển khai chi tiết trong luận văn như tôpô mờ, giải tích mờ và tối ưu hóa mờ. Chúng tôi hy vọng sẽ tiếp tục nghiên cứu phát triển đề tài theo hướng này.